

# N78-11061 77-49425 92462

## 空冷軸流タービンの空力性能に関する研究\*

(第二報 動翼先端すきまが全体性能、内部流動に  
及ぼす影響—実験結果と計算方法)

山本孝正\*\*・高原北雄\*\*・能瀬弘幸\*\*  
三村富嗣雄\*\*・井上重雄\*\*・臼井 弘\*\*

NASA-TM-75138

### Aerodynamic Investigation of an Air-Cooled Axial-Flow Turbine

#### Part II Rotor Blade Tip-Clearance Effects on Overall Turbine Performance and Internal Gas Flow Conditions—Experimental Results and Prediction Methods

by Atsumasa YAMAMOTO, Kitao TAKAHARA, Hiroyuki NOUSE,  
Fujio MIMURA, Shigeo INOUE and Hiroshi USUI

ABSTRACT

In order to investigate the effects of rotor tip-clearance on a highly-loaded axial-flow turbine, for application to high-temperature engines, a cold-air test on a single-stage axial-flow turbine was conducted with three rotor tip-clearance to rotor blade height ratios in the range of 70-110% turbine equivalent speeds and 1.4-2.2 turbine equivalent total-to-total pressure ratios. The radial tip-clearance of the rotor was changed by increasing the diameter of the rotor shroud ring, while keeping the rotor blade tip diameter unchanged.

The main results of the test are as follows;

1) As the ratio of the rotor tip-clearance increased, the turbine inlet mass flow increased and the turbine adiabatic efficiency, based on the turbine torque measured by the 1500 kW-electric dynamometer, decreased. Turbine efficiency of 85.5%, 84.2% and 83.0% was obtained for 1.5%, 2.6% and 4.2% rotor tip-clearance ratios, at the designed equivalent turbine speed and equivalent turbine pressure ratio.

Corresponding maximum turbine efficiency obtained at the designed mean wheel speed-to-isentropic velocity ratio was 86.5, 84.7 and 83.8% respectively.

2) Fine measurements of the gas flow state in the turbine stage show that the region of blade tip-leakage flow inefficiency extends to the mid-span of flow passage. The decrease in the relative outlet flow angle from the rotor blades is remarkable in the corresponding inefficiency region.

In a comparison of the present experimental results with the theoretical and empirical equations of other authors, the following equation proved foremost in describing the rotor blade tip-clearance effect on the turbine efficiency;

$$\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0} = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{(V_{a2}/U_m)^2 (U_m/V_{a2})^2}$$

where

$$B = 0.5$$

For multi-stage turbo-machinery with any degree of reaction, the above equation can be expressed in general form as follows;

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{(V_{a2}/U_m)^2} \sum_{i=1}^i \left[ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left( \frac{k}{h} \right)_N}{(U_m/V_{a2})^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{(U_m/V_{a2})^2} \right]_i$$

where  $i$  is the stage number.

NAL TR-466

UDC 621.439.6.01:  
621.541

# 航空宇宙技術研究所報告

TECHNICAL REPORT OF NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

TR-466

## 空冷軸流タービンの性能に関する研究

(第二報 効率が端数で表わされる場合、内部損失の  
及ぼす影響——実験結果と計算方法)

山本 孝正・高田 北男・能田 弘幸  
三村 富雄・森下 了松・安井 一

1976 年 8 月

航空宇宙技術研究所

NATIONAL AEROSPACE LABORATORY

## 目 次

記 号 .....	2
1. まえがき .....	3
2. 設計速度三角形と翼形 .....	3
3. 実験の装置と方法および実験の解析方法 .....	3
3.1 実験装置および計測装置 .....	3
3.2 実験に用いた動翼シェラウドリング .....	7
3.3 実験方法 .....	8
3.4 実験の解析方法 .....	8
4. 実験結果とその考察 .....	10
4.1 全体性能 .....	10
(a) タービン入口流量特性 .....	10
(b) タービントルク特性 .....	11
(c) 動力計によるタービン断熱効率 .....	12
4.2 内部流動 .....	14
(a) 断熱温度効率の翼高さ方向分布 .....	14
(b) 動翼出口ガス相対流出角度の翼高さ方向分布 .....	14
5. 動翼先端すきまのタービン効率への影響の種々の計算方法と本実験結果との比較 .....	14
5.1 計算方法の整理 .....	14
5.2 種々の計算値と本報の実験値との比較 .....	17
6. 結 論 .....	18
7. あとがき .....	19
参考文献 .....	19
付録 A 翼先端すきまの断熱効率に及ぼす影響の計算方法 .....	22
付録 B 本報タービンの場合の $\Delta \eta_T \sim (k/\lambda)_R$ の計算 .....	27

# 空冷軸流タービンの空力性能に関する研究\*

(第二報 動翼先端すきまが全体性能, 内部流動に  
及ぼす影響—実験結果と計算方法)

山本孝正\*\*・高原北雄\*\*・能瀬弘幸\*\*  
三村富嗣雄\*\*・井上重雄\*\*・臼井 弘\*\*

## Aerodynamic Investigation of an Air-Cooled Axial-Flow Turbine

### Part II Rotor Blade Tip-Clearance Effects on Overall Turbine Performance and Internal Gas Flow Conditions—Experimental Results and Prediction Methods

by Atsumasa YAMAMOTO, Kitao TAKAHARA, Hiroyuki NOUSE,  
Fujio MIMURA, Shigeo INOUE and Hiroshi USUI

In order to investigate the effects of rotor tip-clearance on a highly-loaded axial-flow turbine, for application to high-temperature engines, a cold-air test on a single-stage axial-flow turbine was conducted with three rotor tip-clearance to rotor blade height ratios in the range of 70–110% turbine equivalent speeds and 1.4–2.2 turbine equivalent total-to-total pressure ratios. The radial tip-clearance of the rotor was changed by increasing the diameter of the rotor shroud ring, while keeping the rotor blade tip diameter unchanged.

The main results of the test are as follows;

1) As the ratio of the rotor tip-clearance increased, the turbine inlet mass flow increased and the turbine adiabatic efficiency, based on the turbine torque measured by the 1500 kW-electric dynamometer, decreased. Turbine efficiency of 85.5%, 84.2% and 83.0% was obtained for 1.5%, 2.6% and 4.2% rotor tip-clearance ratios, at the designed equivalent turbine speed and equivalent turbine pressure ratio.

Corresponding maximum turbine efficiency obtained at the designed mean wheel speed-to-isentropic velocity ratio was 86.5, 84.7 and 83.8% respectively.

2) Fine measurements of the gas flow state in the turbine stage show that the region of blade tip-leakage flow inefficiency extends to the mid-span of flow passage. The decrease in the relative outlet flow angle from the rotor blades is remarkable in the corresponding inefficiency region.

In a comparison of the present experimental results with the theoretical and empirical equations of other authors, the following equation proved foremost in describing the rotor blade tip-clearance effect on the turbine efficiency;

$$\Delta\eta_T = \eta_T - \eta_{T0} = -B \frac{\eta_T [C_L/(s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{(V_{ad}/U_m)^2 (U_m/V_{a3})^2}$$

where

$$B = 0.5$$

For multi-stage turbo-machinery with any degree of reaction, the above equation can be expressed in general form as follows;

$$\Delta\eta_T = \frac{-\eta_T}{(V_{ad}/U_m)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L/(s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{(U_m/V_{a2})^2} + \frac{B_R [C_L/(s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{(U_m/V_{a3})^2} \right\}_i$$

where  $i$  is the stage number.

記 号		s		$\phi_{cr}, \pi_T$	
		: 翼のピッチ		: 全段修正膨脹比	
		$T_s, T_t$		$\psi$	
		: 静温, 全温		: 翼負荷係数; $\psi$	
		$U$		(添 字)	
$A$		: 周速度		a	
$A_s$		$U_m$		: 軸方向; 環	
$A_{s1}, A_{s1}'$		: 平均周速度		ad	
: 翼先端すきまの環面積, 翼端すきまの有効面積		$V$		: 断 熱	
$B$		: 絶対速度		cr	
: 翼先端すきまによる翼抗力係数式(48)中の係数または関数		$V_{s2}, V_{s3}$		: $M=1.0$ における値	
$C_D, C_{D0}$		: 静翼出口での軸流速度, 動翼出口での軸流速度; 付図1参照		des	
$C_{Ds}$		$V_{ad}$		: 設 計	
$C_L$		: タービンの全段膨脹比 $\pi_T$ に相当する断熱理論速度		i	
$c$		$V_0$		: i 番目	
$c_p$		: タービンの熱落差に対する速度; $V_0^2 = \eta_T V_{ad}^2$		k	
$D$		$W$		: 翼先端すきまの大きさ	
$D_{in}$		: 相対速度		m	
$d_L, d_T$		$W_T$		: 平 均	
$G$		: 動力計荷重		$M$	
$g$		$Y_t$		: 翼のMEAN値	
$H_t$		(ギリシヤ文字)		max	
$\Delta H_T$		$\alpha$		: 最 大	
$h$		: 絶対角度		$N$	
$i$		$\alpha_m$		: 静 翼	
$J$		: 静翼の入口絶対流入角度 $\alpha_1$ と出口絶対流出角度 $\alpha_2$ との式(7)による平均値		$N$	
$k, k/h$		$\beta$		: 動 翼	
: 翼先端すきま (の大きさ), 翼先端すきま比		$\beta_m$		r	
$K$		: 動翼の入口相対流入角度 $\beta_2$ と出口相対流出角度 $\beta_1$ との式(7)による平均値		$S$	
: 翼先端すきま内を通る流れの流量係数; 式(B・4)参照		$\tau$		: 静止状態量	
$K$		: 比重量		$s$	
: 翼の揚力の二次元値に対する翼先端部で保持される揚力の比 <sup>(10)</sup>		$\delta$		$s$	
$L_T$		: 基準圧力に対するタービン入口全圧の比		$s$	
$\Delta L$		$\delta^*(\delta_s^*, \delta_p^*)$		$s$	
$l$		: 境界層排除厚さ (翼負圧側の $\delta^*$ , 翼正圧側の $\delta^*$ )		$s$	
$M$		$\epsilon_{cr}$		$s$	
$N$		: 流量の補正係数; 3.4節参照		$s$	
$N^*$		$\eta$		$s$	
: 設計のタービン修正回転数に対する実験の修正回転数の比;		$\eta_T$		$s$	
$N^* = (N/\sqrt{\theta_{cr}})/(N/\sqrt{\theta_{cr}})_{des}$		: タービン断熱効率		$s$	
$n$		: タービンの全エンタルピ落差と全段膨脹比 (全圧比) $\pi_T$ を基にしたタービン断熱効率; 式(6)		$s$	
$O$		$\eta_{T0}$		$s$	
$P_s, P_t$		: 翼先端すきま $k=0$ のときの $\eta_T$		$s$	
$P_L, P_R, P_C$		$\Delta \eta_T$		$s$	
: 3孔ビーター管の左, 右および中央の孔での測定圧力		: $\eta_T$ の $\eta_{T0}$ との差; $\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$		$s$	
$R$		$\eta_c$		$s$	
: ガス定数		: 動力計出力とタービン全段膨脹比 $\pi_T$ とから算出したタービンの断熱効率		$s$	
$r$		$\eta_{1-3}$		$s$	
: 半 径		: 全温比, 全圧比をもとにした断熱 (局所) 温度効率; 3.4節参照		$s$	
$R$		$\theta_{cr}$		$s$	
: 翼先端すきま内の流れの抵抗係数		: 速度比; 3.4節参照		$s$	
		$\kappa$		$s$	
		: 比熱比		$s$	
		$\lambda$		$s$	
		: $(k/h)$ に対する $-\Delta \eta_T$ の比; $\lambda = -\Delta \eta_T / (k/h)$		$s$	
		$\lambda_R$		$s$	
		: 動翼の $(k/h)_R$ に対する $\lambda$ ; 式(1)		$s$	
		$\xi$		$s$	
		: 喉違い角		$s$	
		$\pi_T$		$s$	
		: タービンの全段膨脹比 (全圧/全圧比)		$s$	
		$\rho_R$		$s$	
		: タービンの反動度; $\rho_R = 1 - (QV_2/W_1)^2$		$s$	
		$\tau$		$s$	
		: タービントルク		$s$	
		$\varphi$		$s$	
		: 翼の速度係数		$s$	
		$\phi$		$s$	
		: 軸流速度比; $\phi = V_s/U_m$		$s$	

航空機用ジェットエンジン  
の性能を向上するために、  
高圧タービンの入口ガス温度を  
上げている。この高圧ガスの温度を  
上げるが、とくに燃焼室の  
燃焼の目的のためにできる  
の仕事を得ることが好ましく、  
当たりの仕事量は大きくなる。  
翼は高い負荷の下で作動する。  
ピンもこのような条件の下で  
あり、したがってタービンの  
特徴をもっている。1) 翼の  
が大きい。2) 翼列前後での  
の流出角は翼列で大きく、低  
は高圧のため高密度小容量の

$\phi_{cr} \pi_T$  : 全段修正膨張比  
 $\psi$  : 翼負荷係数;  $\psi = \frac{1}{2} (V_0/U_m)^2$

(添字)

$a$  : 軸方向; 環  
 $ad$  : 断熱  
 $cr$  :  $M=1.0$  における値  
 $des$  : 設計  
 $i$  : 番目  
 $k$  : 翼先端すきまの大きさ; 図9参照  
 $m$  : 平均  
 $M$  : 翼のMEAN値  
 $max$  : 最大  
 $N$  : 静翼  
 $R$  : 動翼  
 $r$  : 相対  
 $S$  : 静止状態量  
 $st$  : 基準状態  
 $t$  : よどみ点状態量  
 $tr$  : 翼スロート  
 $Tip$  : 翼先端  
 $\omega$  : 周速または周方向  
 $\omega$  : 翼高さ方向の流れに帰因するもの  
 $0$  :  $k=0$  のときの値, またはオリフィス位置 (3.4節, 図4のみ)  
 $1$  : 静翼前 (タービン入口位置)  
 $2$  : 静翼後または動翼前  
 $3$  : 動翼後 (タービン出口位置)  
 $\bar{\phantom{x}}$  : 算術平均

## 1 ま え が き

航空機用ジェットエンジンなどではエンジンのサイクル性能を向上するために, サイクル最高温度すなわち高圧タービンの入口ガス温度をできるだけ高める努力をしている。この高温ガスのもつエネルギーをタービンで仕事に変えるが, とくに航空機用タービンとしては重量軽減の目的のためにできるだけ少ない段数のタービンでこの仕事を得ることが好ましく, このためタービンの一段当たりの仕事量は大きくなる。すなわち, タービンの各翼は高い負荷の下で作動することになる。本研究のタービンもこのような条件の下に設計した高負荷タービンであり, したがってタービン翼は以下, I)~V)に示すような特徴をもっている。I)翼の正圧面と負圧面の表面圧力差が大きい, II)翼列前後での膨張比が大きい, III)作動ガスの流出角は翼列で大きく転向される, IV)一般に作動ガスは高圧のため高密度小容積となり, タービン流路も小さ

いため翼寸法としては小型のものとなる, V)高負荷, 大転向角の必要から翼弦長は長く, 一方翼高さは小さいためアスペクト比の小さな翼形となる。

ところで, 空力性能を調べるための実験の際にしばしば行なわれているように, タービンを非加熱の圧縮空気の下で作動させる場合と, 実機状態の高温燃焼ガスの下で作動させる場合とでは, 翼やタービンディスクおよびケーシング等の熱膨張の結果, 動翼先端すきまの大きさが変化すると考えられる。また, それらの熱膨張を考慮して高温時や始動時に動翼がシェラウドと接しないように配慮する必要がある。一般に動翼先端すきまによる翼列損失は全体の翼列損失のかなり大きな割合を占めるものであるが, 特に高負荷タービンの場合は前述のごとき特徴ゆえに同じ翼先端すきまに対してはより大きな効率の低下をもたらすものと考えられる。

この問題を調べるために単段の高負荷タービンを用いて, 動翼の先端すきまを三種類変えてその性能を実験的に求めた。本報ではおもにその実験結果を示す。実験結果は全体性能の結果と動翼出口での内部流動測定結果に分けて考察した。また, 動翼先端すきまによるタービンの効率低下を予想する既存の種々の計算方法を整理し, かつ本実験結果との対比も行なった。全体性能の結果としては動翼先端すきまの増大によりタービン効率の低下が認められた。しかしながら翼負荷が高いことによる異常な効率の低下は認められなかった。一方, 内部流動の結果からは, とくに翼先端付近での流れが翼先端すきまの大きさにより影響をうけており, 又翼先端すきまが大きいほど翼先端付近の局所効率の低下は著しく, その影響は流路中央部まで及んでいることが判った。

## 2 設計速度三角形と翼形

表1に本タービン<sup>1)</sup>の主要設計仕様を示す。また, 図1にはTIP, MEAN, ROOTの各半径位置における設計の速度三角形を示す。図2はMEAN断面における静翼および動翼の翼配備を示す。図1および2にみられるように, 静翼動翼ともかなり転向角は大きく設計した。タービンおよびその翼の設計の詳細は文献1)参照。

## 3 実験の装置と方法および実験の解析方法

### 3.1 実験装置および計測装置

加圧空気をい用い空力性能を調べることを目的とした空力性能試験機本体部の断面図を図3に示す。

タービンの作動流体としては3700kWの圧縮機からの非加熱の加圧空気(タービン入口部で約100℃)を用いた。タービン入口前の配管(内径49.52mmφ)にJIS

軸流速度, 動翼出口での軸流  
 参照

段膨張比  $\pi_T$  に相当する断熱

落差に対する速度:  $V_0^2 = \eta_T V_{0a}^2$

係数

対流入角度  $\alpha_1$  と出口絶対流出  
 (7)による平均値

対流入角度  $\beta_2$  と出口相対流  
 の式(7)による平均値

するタービン入口全圧の比  
 (翼負圧側の  $\delta^*$ , 翼正圧側

1: 3.4節参照

効率

エンタルピ落差と全段膨張比  
 を基にしたタービン断熱効率:

$k=0$  のときの  $\eta_T$

差:  $\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$

タービン全段膨張比  $\pi_T$  とか  
 ービンの断熱効率

比をもとにした断熱(局所)

4節参照

節参照

$1-\Delta \eta_T$  の比  $\lambda = \Delta \eta_T / (k/\lambda)$

R に対する  $\lambda$ : 式(1)

段膨張比 (全圧/全圧比)

効率:  $\rho_R = 1 - (W_2/W_1)^2$

ク

$\phi = V_0/U_m$

表 1 主要設計仕様

項目	記号	設計値	単位
ガス流量	$G$	3.95	kg/sec
入口全圧	$P_{t1}$	25000	kg/m <sup>2</sup>
入口全温	$T_{t1}$	1423.15	K
断熱効率	$\eta_T$	0.85	
断熱熱落差	$\Delta H_{ad}$	63.25	kcal/kg
回転数	$N$	13300	rpm
周速度	$U_M$	366.7	m/sec
膨張比	$\pi_T$	2.02	
理論速度	$V_{ad}$	727.5	m/sec
速度比	$U_M/V_{ad}$	0.504	
反動度	$\rho_{R,M}$	0.464	

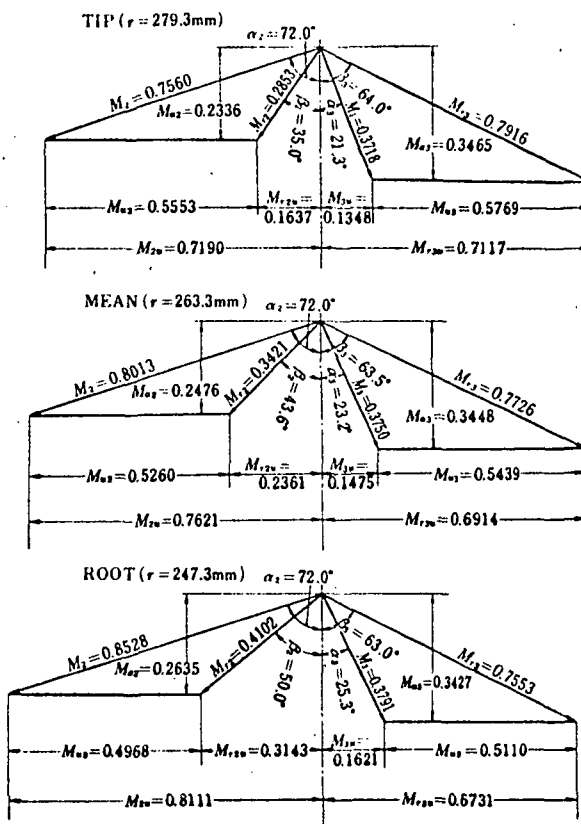
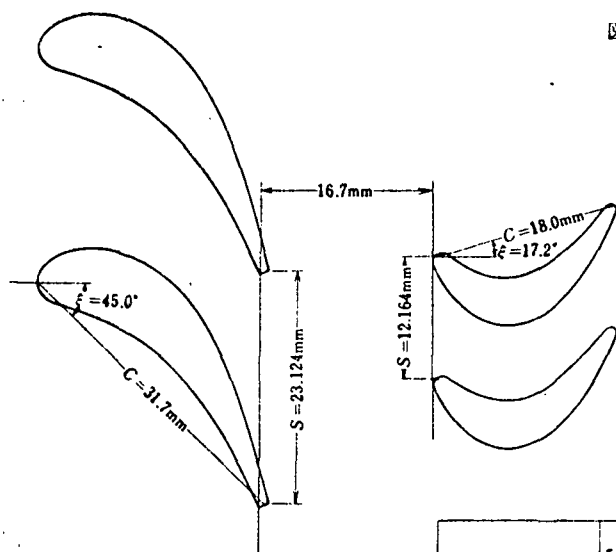


図 1 設計速度三角形



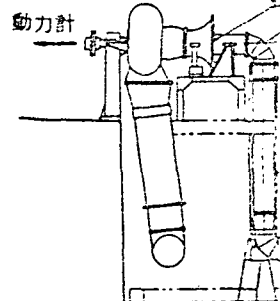
	静翼 $r = 261.3\text{mm}$	動翼 $r = 263.3\text{mm}$
前縁半径比 ( $d_L/C$ )	0.126	0.111
後縁厚み比 ( $d_T/C$ )	0.032	0.056
最大翼厚み比 ( $d_{max}/C$ )	0.22	0.26
ソリディティ ( $C/S$ )	1.37	1.48
アスペクト比 ( $h/C$ )	1.03	1.86

MEANにおける翼無次元値

図 2 翼配備 (MEAN)

規格の円板オリフィスを設け、  
参照。

タービンの軸トルクおよび



規格の円板オリフィスを設け入口流量を測定した。図4 動力計により測定した。  
 参照。 タービン段前後のガス状態は図5に示す熱電対温度計  
 タービンの軸トルクおよび回転数は1600kW直流電気 および3孔ヨーメータにて測定した。これらの計測器の

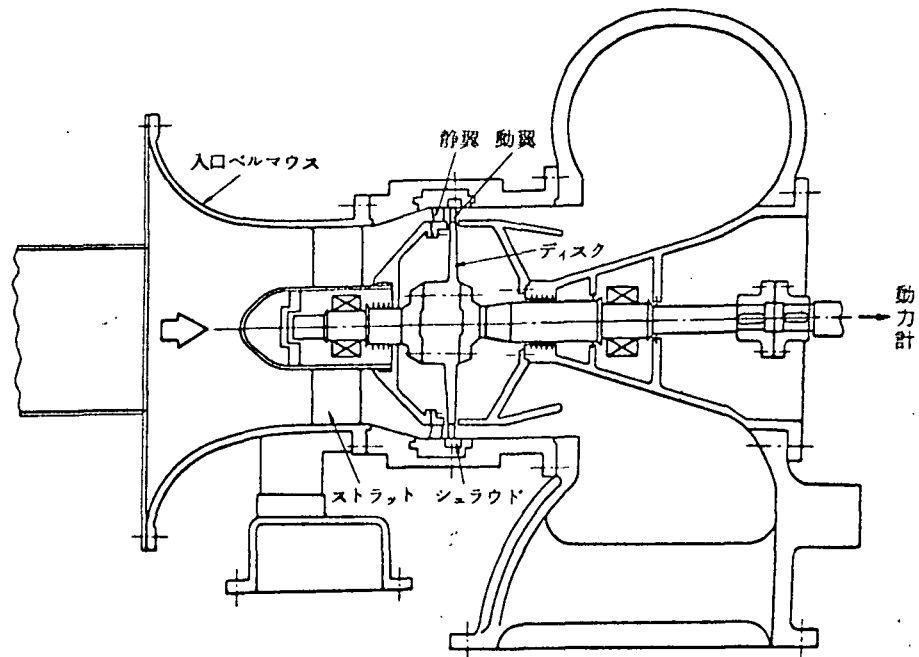


図 3 空力性能試験機本体

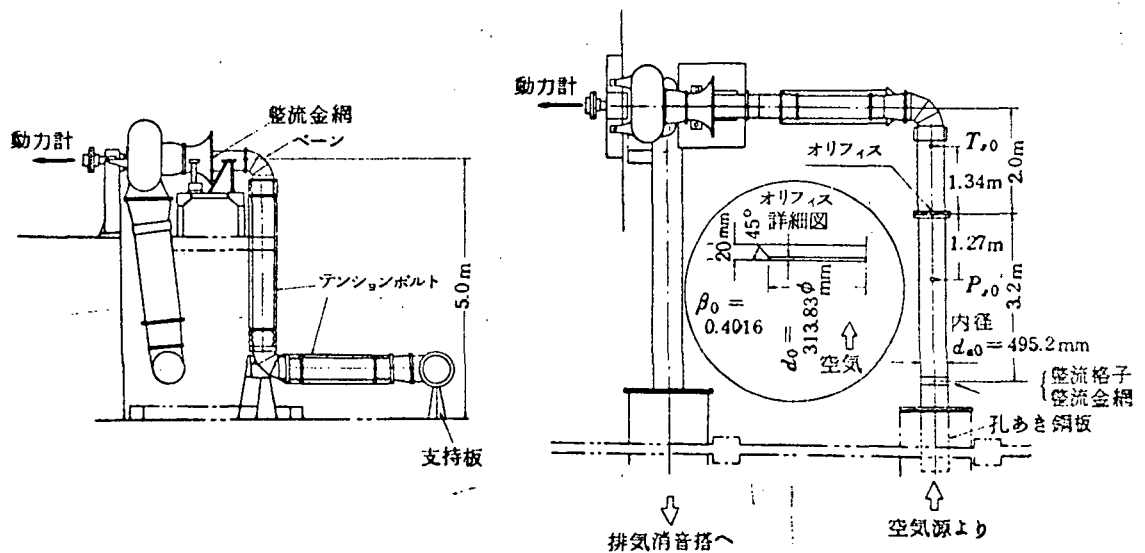
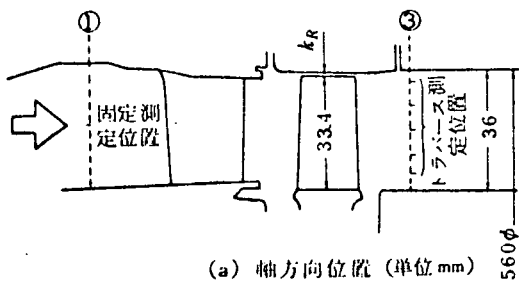


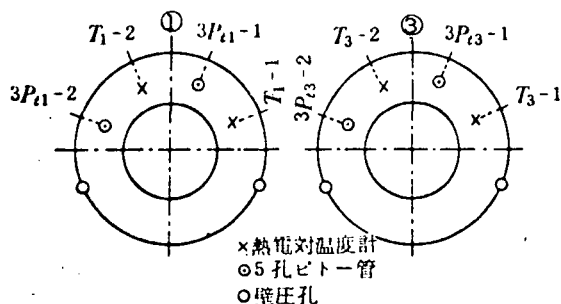
図 4 空力性能試験装置配管



図7は計測系統，データ処理系統を示す。図8の写真はいくつかの主要な装置を示す。



(a) 軸方向位置 (單位 mm)



(b) 四周方向位置(試驗機前視)

図 5 計測器先端部および計測器の駆動部装置の写真

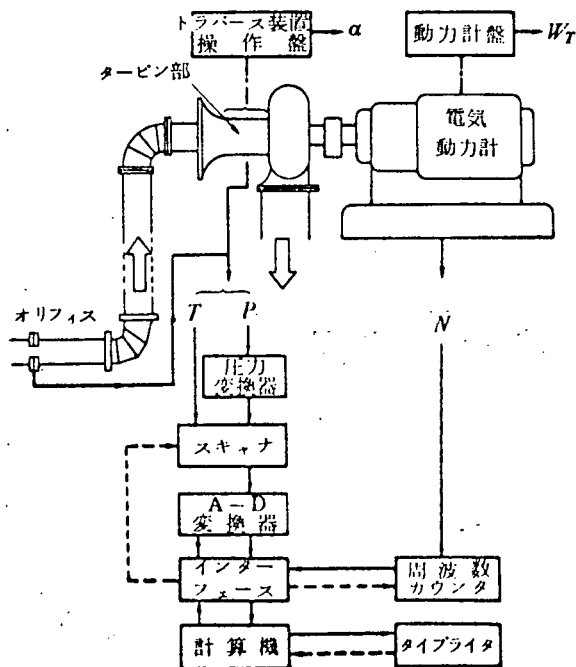
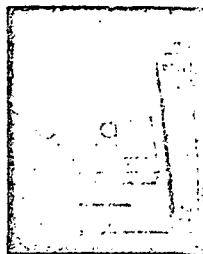


図 7 計測およびデータ処理システム



(a) 実験中のタ...



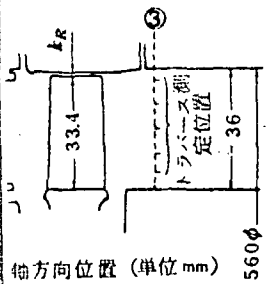
(c) 電磁式

### 3.2 実験に用いた動翼シミュレータ

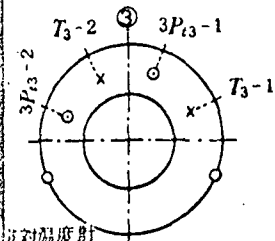
本報の実験では動翼の先端から内径寸法の異なる三種類の動翼(S0, S1, S2)を製作した。図10により動翼先端すきまを主軸方向の表の翼先端すきまの実測値(S0の場合を除き、タービン部動翼先端面の数個所に適當な穴を開けたのち再び上蓋を下し、フットマイクロ計で測定した値の算平均の値には上蓋開放時に動翼先端とシェラウド内面とのすきまより測定した値も含めた。但し動翼上半分の翼先端すきまは測定不能、先端外径をダイヤルゲージで測定した。ただし、 $L_{T0} = 555.73\text{mm}$ であり、シ

$\lambda_{g,p} = 555.73 \text{ mm}$  であり、シ

処理系統を示す。図8の写真  
示す。



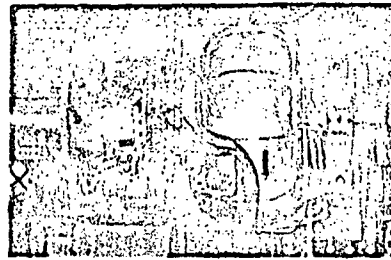
軸方向位置 (単位 mm)



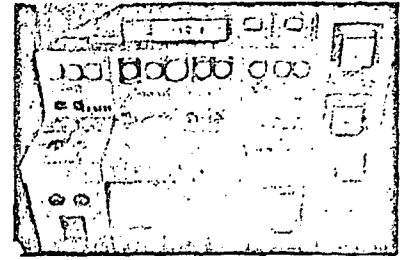
対温度計  
ヒート管  
取孔

方向位置 (試験機前視)

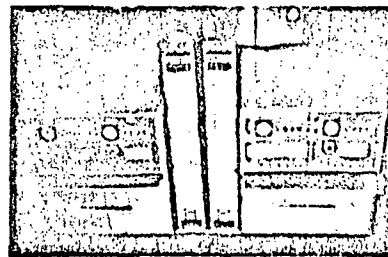
計測器の配置



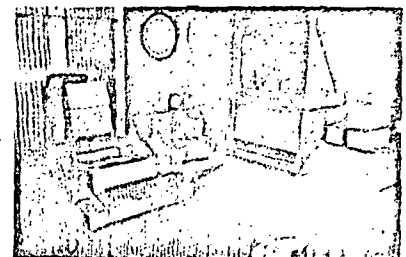
(a) 実験中のタービン試験機本体



(b) 1600 kW 直流電気動力計用運転盤



(c) 電動式トラバース装置

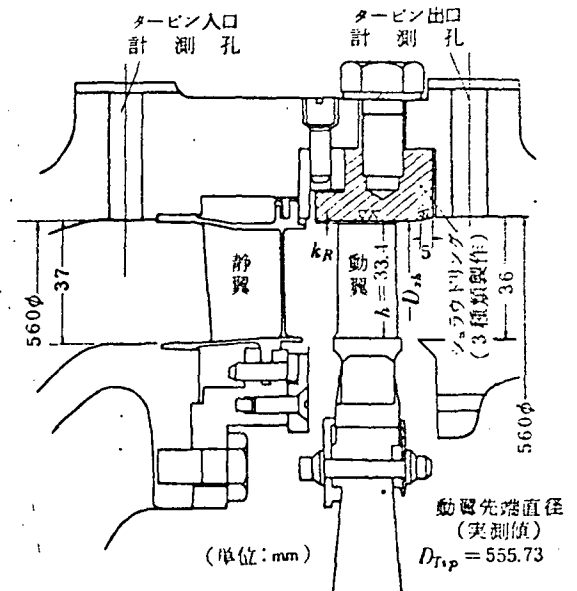


(d) データ処理用計算機

図 8 実験装置の写真

### 3.2 実験に用いた動翼シュラウドリング

本報の実験では動翼の先端すきまを変化させるため、内径寸法の異なる三種類の動翼シュラウドリング (名称 S0, S1, S2) を製作した。図9にその寸法を示す。これにより動翼先端すきまを三種類かえて実験した。図9中の表の翼先端すきまの実測値はシュラウドリング名称 S0 の場合を除き、タービン試験機本体の上蓋を上げ、動翼先端面の数個所に適当な太さの鉛線を十数本とりつけたのち再び上蓋を下し、つぶされた鉛線の厚みをポイントマイクロ計で測定した値の算術平均である。その算術平均の値には上蓋開放時に測定可能な水平の2個所で、動翼先端とシュラウド内面とのすきまをすきまゲージにより測定した値も含めた。但し、動翼回転軸より下の動翼下半分の翼先端すきまは測定しなかった。なお、動翼先端外径をダイヤルゲージで測定した結果、平均外径値  $D_{TIP} = 555.73 \text{ mm}$  であり、シュラウドリング名称 S0



(単位: mm)

シュラウドリング 名 称	リングの内径 $D_{sh}$ (計画値)	動翼先端すきま $k_R$		翼高さ $h$ ( $=33.4$ ) と の比 ( $k/h$ ) $R$ (実測値)	備 考 $k_R$ の測定法
		計画値	実測値		
S 0	556.7 mm	0.4 mm	0.49 mm	1.5 %	実測 $D_{TIP}$ より
S 1	557.5	0.8	0.88	2.6	鉛 線
S 2	558.3	1.2	1.39	4.2	

図 9 動翼のシュラウドリングの種類と翼先端すきまの寸法



$$\begin{aligned} &= L W_T \\ &= \frac{2\pi}{60J} \tau N \\ \Delta H_T &= \frac{L_T}{G} \\ \pi_T &= \frac{P_{t1}}{P_{t3}} \end{aligned}$$

1で2本のビトー管(固定)の平均値を用い、 $P_{t3}$ はタービンより半径方向に5点トラバース平均値を用いた。

$$\left(\frac{1}{\pi_T}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

タービンの入口温度と出口温度とを比熱および比熱比であり、ガス全温である。実験範囲とした。

(高さ)方向の局所断熱温度効

4.  $\eta_{1-3}$ ;

$$\eta_{1-3} = \frac{1 - \frac{T_{t3,i}}{T_{t1}}}{1 - \left(\frac{P_{t3,i}}{P_{t1}}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

ここで、 $T_{t1}$ ,  $P_{t1}$  はタービン入口の全温計(温度回復係数  $RF=1$ )およびビトー管を用いて周方向2箇所で測定した全温および全圧の算術平均値である。また、 $T_{t3,i}$ ,  $P_{t3,i}$  はそれぞれ、タービン出口の2本の熱電対温度計および2本のビトー管により半径方向にトラバース測定した同じ局所位置での2個の全温又は全圧の算術平均値を示す。なを、これらの全温は検定により得た温度回復係数(マッハ数の関数)を考慮して測定温度を補正して求めた。

動翼出口におけるガスの相対流出角度の異高さ方向局所値は、動翼出口の二本の3孔ビトー管をトラバース測定して得た絶対流出マッハ数および絶対流出角度の局所値と、その局所位置における周速および全温とから次式により計算した;

$$\beta_{3,i} = \tan^{-1} \left( \tan \alpha_3 + \frac{M_{\infty 3}}{M_3 \cos \alpha_3} \right);$$

ここで、

$$M_{\infty 3,i} = \frac{\pi N}{60 \sqrt{\kappa g R}} \left( \frac{D}{\sqrt{T_{t3,i}}} \right);$$

ここで添字  $i$  は異高さ方向の局所位置での値を示す。

$\alpha_3$ ,  $M_3$  はそれぞれのビトー管により測定した動翼出口での絶対流出角度および絶対流出マッハ数である。 $T_{t3,i}$  は局所位置での動翼出口において二本の熱電対温度計で測定した局所静温の算術平均値であり、この静温は二本の熱電対温度計により測定した測定温度に、二本のビトー管により得た局所マッハ数  $M_{3,i}$  の局所位置での算術平均値  $M_3$  と各温度計の温度回復係数(マッハ数の関数)とを用いて補正し、求めた。

タービンの速度比  $U_M/V_{ad}$ ;

$$\frac{U_M}{V_{ad}} = \frac{\pi D_M N}{60 \sqrt{2gJ\Delta H_{T,ad}}}$$

ここで、 $\Delta H_{T,ad} = c_p T_{t1} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\}$

3孔ビトー管によりマッハ数を次のようにして求めた<sup>3)</sup>。  
いま、ビトー管の検定定数  $H$  を

$$H = \frac{P_R + P_L}{P_C}$$

と定義する。ここで  $P_R$ ,  $P_L$  および  $P_C$  はそれぞれ3孔ビトー管の右、左および中央の孔による測定圧である。とくに、このビトー管が流れの方向を向き、 $P_R = P_L$  で

あるとき  $H$  はマッハ数とレイノルズ数の関数であり、ビトー管の検定時とその使用の実験時とのレイノルズ数がほぼ等しければ  $H$  はマッハ数のみの関数となることから、検定により  $H \sim M$  の曲線を求めて使用した。

タービンの性能を表わすいくつかの実験値は次の方法により、基準状態での値に修正して整理した。

$$\left. \begin{aligned} \text{流量 } G &\rightarrow \text{修正流量 } \epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta \\ \text{回転数 } N &\rightarrow \text{修正回転数 } N / \sqrt{\theta_{cr}} \\ \text{比出力 } \Delta H_T &\rightarrow \text{修正比出力 } \Delta H_T / \theta_{cr} \\ \text{トルク } \tau &\rightarrow \text{修正トルク } \epsilon_{cr} \tau / \delta \\ \text{膨張比 } \pi_T &\rightarrow \text{修正膨張比 } \phi_{cr} \pi_T \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $\theta_{cr}$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon_{cr}$  および  $\phi_{cr}$  は補正係数で次式で表わされるものである。

$$\theta_{cr} = \left( \frac{\kappa}{\kappa+1} R T_{t1} \right) / \left( \frac{\kappa_{st}}{\kappa_{st}+1} R_{st} T_{t, st} \right)$$

$$\delta = P_{t1} / P_{t, st}$$

$$\epsilon_{cr} = \left\{ \kappa_{st} \left( \frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \right\} / \left\{ \kappa \left( \frac{\kappa_{st}+1}{2} \right)^{\frac{\kappa_{st}}{\kappa_{st}-1}} \right\}$$

$$\phi_{cr} = \frac{1}{\pi_T} \left\{ 1 - \left( \frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}+1} \right) \left( \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \right) (1 - \pi_T)^{\frac{1}{\kappa}} \right\}^{\frac{\kappa_{st}}{1-\kappa_{st}}}$$

ただし、添字  $st$  は基準状態を示す。

なお、断熱効率  $\eta_t$  はこれら修正値を用いて表わせば

$$\eta_t = \frac{\Delta H_T / \theta_{cr}}{c_p T_{t, st} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\phi_{cr} \pi_T} \right)^{\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}}} \right\}}$$

となる。

本報では基準状態として次の値を採用した。

$$\left. \begin{aligned} T_{t, st} &= 288.2 \text{ K} \\ P_{t, st} &= 10332 \text{ kg/m}^2 \\ R_{st} &= 29.27 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{K} \cdot \text{kg} \\ \kappa_{st} &= 1.401 \end{aligned} \right\}$$

この場合、実験値に対しては実験の範囲で常に  $\epsilon_{cr} = \phi_{cr} = 1.0$  としてよく、一方設計値に対しては  $\kappa_{des} = 1.31$  ゆえ  $\epsilon_{cr} = 1.038$ ,  $\phi_{cr} = 1.037$  となる。表2には主な設計値をこの方法により修正した修正値を示した。

表2 設計値とその修正値 ( $\kappa_{des} = 1.31$ )

設 計 項 目	設 計 値	修 正 値
入口全温 $T_{t1}$ (K)	1423.2	288.2
入口全圧 $P_{t1}$ (kg/m <sup>2</sup> )	25000	10332
比出力 $\Delta H_T$ (kcal/kg)	53.8	11.2
流 量 $G$ (kg/sec)	3.95	3.71
回 転 数 $N$ (rpm)	13300	6071
膨 張 比 $\pi_T$	2.02	2.09

$$= \frac{1}{2} W_T$$

$$= \frac{2\pi}{60J} \tau N$$

$$\Delta H_T = \frac{L_T}{G}$$

$$\pi_T = \frac{P_{t1}}{P_{t3}}$$

1で2本のビトー管(固定)の平均値を用い、 $\bar{P}_{t3}$ はタービンより半径方向に5点トラバース平均値を用いた。

$$\left( \frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

タービンの入口温度と出口温度とを比熱および比熱比であり、 $T_{t3}$ はガス全温である。実験範囲(500~1000)方向の局所断熱温度効

率  $\eta_{1-3}$ ;

$$\eta_{1-3} = \frac{1 - \frac{T_{t3}}{T_{t1}}}{1 - \left( \frac{P_{t3}}{P_{t1}} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

ここで、 $\bar{T}_{t1}$ ,  $\bar{P}_{t1}$  はタービン入口の全温計(温度回復係数  $RF=1$ )およびビトー管を用いて周方向2箇所測定した全温および全圧の算術平均値である。また、 $T_{t3}$ ,  $P_{t3}$  はそれぞれ、タービン出口の2本の熱電対温度計および2本のビトー管により半径方向にトラバース測定した同じ局所位置での2個の全温又は全圧の算術平均値を示す。なを、これらの全温は検定により得た温度回復係数(マッハ数の関数)を考慮して測定温度を補正して求めた。

動翼出口におけるガスの相対流出角度の翼高さ方向局所値は、動翼出口の二本の3孔ビトー管をトラバース測定して得た絶対流出マッハ数および絶対流出角度の局所値と、その局所位置における周速および全温とから次式により計算した;

$$\beta_{3,i} = \tan^{-1} \left( \tan \alpha_3 + \frac{M_{\infty 3}}{M_3 \cos \alpha_3} \right)_i$$

ここで、

$$M_{\infty 3,i} = \frac{\pi N}{60 \sqrt{\kappa} g R} \left( \frac{D}{\sqrt{T_{t3}}} \right)_i$$

ここで添字  $i$  は翼高さ方向の局所位置での値を示す。

$\alpha_3$ ,  $M_3$  はそれぞれのビトー管により測定した動翼出口での絶対流出角度および絶対流出マッハ数である。 $T_{t3}$  は局所位置での動翼出口において二本の熱電対温度計で測定した局所静温の算術平均値であり、この静温は二本の熱電対温度計により測定した測定温度に、二本のビトー管により得た局所マッハ数  $M_{3,i}$  の局所位置での算術平均値  $M_3$  と各温度計の温度回復係数(マッハ数の関数)とを用いて補正し、求めた。

タービンの速度比  $U_M/V_{\infty}$ ;

$$\frac{U_M}{V_{\infty}} = \frac{\pi D_0 N}{60 \sqrt{2} g J \Delta H_{T,\infty}}$$

ここで、 $\Delta H_{T,\infty} = c_p T_{t1} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\pi_T} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\}$

3孔ビトー管によりマッハ数を次のようにして求めた。<sup>3)</sup> いま、ビトー管の検定定数  $H$  を

$$H = \frac{P_R + P_L}{P_C}$$

と定義する。ここで  $P_R$ ,  $P_L$  および  $P_C$  はそれぞれ3孔ビトー管の右、左および中央の孔による測定圧である。とくに、このビトー管が流れの方向を向き、 $P_R = P_L$  で

あるとき  $H$  はマッハ数とレイノルズ数の関数であり、ビトー管の検定時とその使用の実験時とのレイノルズ数がほぼ等しければ  $H$  はマッハ数のみの関数となることから、検定により  $H \sim M$  の曲線を求めて使用した。

タービンの性能を表わすいくつかの実験値は次の方法により、基準状態での値に修正して整理した。

$$\left. \begin{aligned} \text{流量 } G &\rightarrow \text{修正流量 } \epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta \\ \text{回転数 } N &\rightarrow \text{修正回転数 } N / \sqrt{\theta_{cr}} \\ \text{比出力 } \Delta H_T &\rightarrow \text{修正比出力 } \Delta H_T / \theta_{cr} \\ \text{トルク } \tau &\rightarrow \text{修正トルク } \epsilon_{cr} \tau / \delta \\ \text{膨張比 } \pi_T &\rightarrow \text{修正膨張比 } \phi_{cr} \pi_T \end{aligned} \right\}$$

ここで、 $\theta_{cr}$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon_{cr}$  および  $\phi_{cr}$  は補正係数で次式で表わされるものである。

$$\theta_{cr} = \left( \frac{\kappa}{\kappa+1} R T_{t1} \right) / \left( \frac{\kappa_{st}}{\kappa_{st}+1} R_{st} T_{t,st} \right)$$

$$\delta = \bar{P}_{t1} / P_{t,st}$$

$$\epsilon_{cr} = \left\{ \kappa_{st} \left( \frac{\kappa+1}{2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right\} / \left\{ \kappa \left( \frac{\kappa_{st}+1}{2} \right)^{\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}}} \right\}$$

$$\phi_{cr} = \frac{1}{\pi_T} \left\{ 1 - \left( \frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}+1} \right) \left( \frac{\kappa+1}{\kappa-1} \right) \left( 1 - \pi_T^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \right) \right\}^{\frac{\kappa_{st}}{1-\kappa_{st}}}$$

ただし、添字  $st$  は基準状態を示す。

なお、断熱効率  $\eta_t$  はこれら修正値を用いて表わせば

$$\eta_t = \frac{\Delta H_T / \theta_{cr}}{c_{p,st} T_{t,st} \left\{ 1 - \left( \frac{1}{\phi_{cr} \pi_T} \right)^{\frac{\kappa_{st}-1}{\kappa_{st}}} \right\}}$$

となる。

本報では基準状態として次の値を採用した。

$$\left. \begin{aligned} T_{t,st} &= 288.2 \text{ K} \\ P_{t,st} &= 10332 \text{ kg/m}^2 \\ R_{st} &= 29.27 \text{ kg} \cdot \text{m} / \text{K} \cdot \text{kg} \\ \kappa_{st} &= 1.401 \end{aligned} \right\}$$

この場合、実験値に対しては実験の範囲で常に  $\epsilon_{cr} = \phi_{cr} = 1.0$  としてよく、一方設計値に対しては  $\kappa_{st} = 1.31$  ゆえ  $\epsilon_{cr} = 1.038$ ,  $\phi_{cr} = 1.037$  となる。表2には主な設計値をこの方法により修正した修正値を示した。

表2 設計値とその修正値 ( $\kappa_{st} = 1.31$ )

設 計 項 目	設 計 値	修 正 値
入口全温 $T_{t1}$ (K)	1423.2	288.2
入口全圧 $P_{t1}$ (kg/m <sup>2</sup> )	25000	10332
比出力 $\Delta H_T$ (kcal/kg)	53.8	11.2
流 量 $G$ (kg/sec)	3.95	3.71
回 転 数 $N$ (rpm)	13300	6071
膨 張 比 $\pi_T$	2.02	2.09

## 4 実験結果とその考察

## 4.1 全体性能

## (a) タービン入口流量特性

図11はタービンの入口流量特性に及ぼす動翼先端すきまの影響を示す。各回転数とも動翼先端すきまが大きくなると同膨張比における流量は増大することがわかる。流量特性に及ぼす動翼先端すきまのちがいはおおむね、

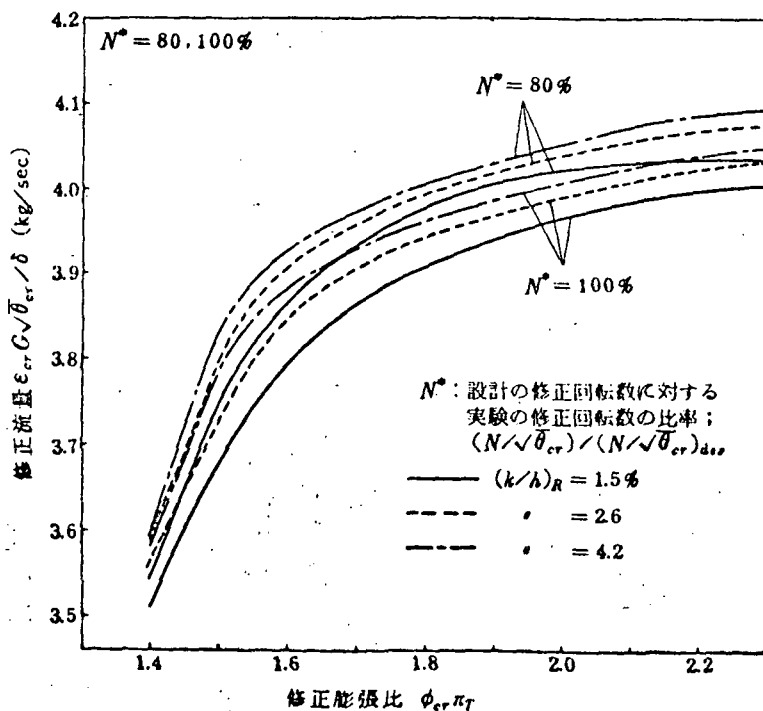
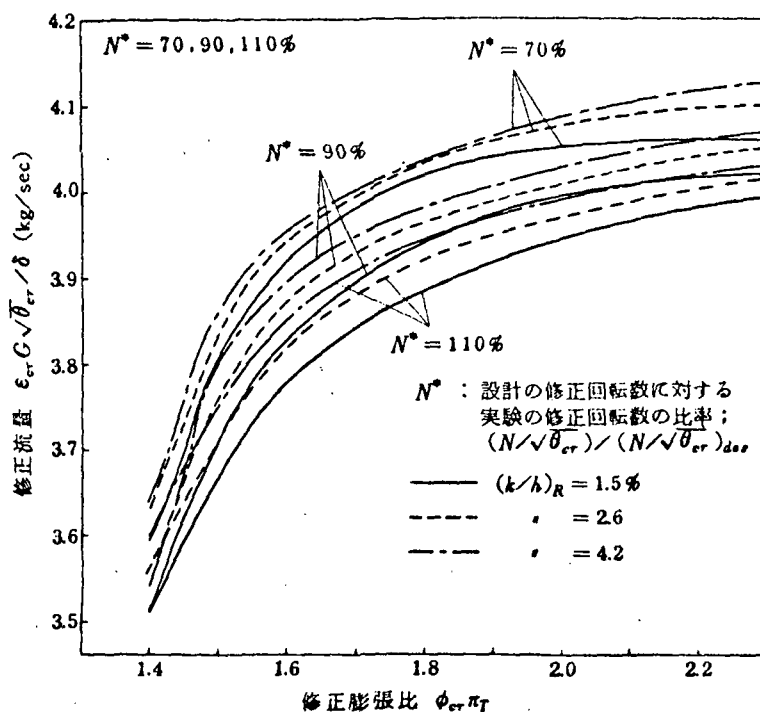


図11 タービン入口流量特性

各回転数における流量特性に及ぼす影響をもつ。設計回転数膨張比( $\phi_{cr} \pi_T = 2.09$ )に( $k/h)_R = 4.2\%$ の場合、(と1.0%ほど大きい。

このように動翼先端すきまは増大する。これはシェラとによる動翼スロート面積の減少、単にシェラウドリングの環面積が増大したと仮定を一次元計算した。この計算部分負荷においても常に $N^*$ として計算した。計算の( $k/h)_R = 1.5\%$ の場合に入口流量は約1.3%の増大が1.0%にはほぼ一致する。

また、単段タービンにおけるスロート面積( $A_{thr, N}$ およびタービン入口修正流量の変化は第4法<sup>4)</sup>によると、タービン出口式で表わされる。

$$\delta(\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta)$$

特性に及ぼす動翼先端すきまの増大の影響をみる。

各回転数における流量特性曲線を上下方向に平行移動させる影響をもつ。設計回転数 ( $N^*=100\%$ ) および設計膨張比 ( $\phi_{cr}\pi_T=2.09$ ) における流量は動翼先端すきま  $(k/h)_R=4.2\%$  の場合、 $(k/h)_R=1.5\%$  の場合に対し、 $1.0\%$  ほど大きい。

このように動翼先端すきまが増大するとタービン流量は増大する。これはシュラウドリングの内径を増したことによる動翼スロート面積の増大によるためと考えられる。いま、単にシュラウドリングの内径の増大分だけ動翼出口の環面積が増大したと仮定し、タービンの部分負荷性能を一次元計算した。この計算では動翼の相対流出角度は部分負荷においても常にMEAN位置での設計値に等しいとして計算した。計算の結果、図12に示したように  $(k/h)_R=1.5\%$  の場合に対し、 $(k/h)_R=4.2\%$  では入口流量は約1.3%の増大が予想された。これは実験値の1.0%にほぼ一致する。

また、単段タービンにおける静翼および動翼のスロート面積 ( $A_{thr,N}$  および  $A_{thr,R}$ ) の変化によるタービン入口修正流量の変化は微小変動 (Small Deviation) 法<sup>4)</sup>によると、タービン膨張比一定 ( $\delta\pi_T=0$ ) の場合、次式で表わされる。

$$\delta(\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta) = a_1 \delta A_{thr,N} + (1-a_1) \delta A_{thr,R}$$

ここで、 $a_1$  は静翼のスロート面積の変化  $\delta A_{thr,N}$  の入口修正流量  $\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta$  に及ぼす影響を表わす係数を示す。 $(k/h)_R=1.5\%$  の場合の設計回転数および設計膨張比における実験の速度三角形<sup>1)</sup>を用いて  $a_1$  を文献4)の方法で計算すると本タービンの場合、 $a_1=0.70$  を得る。ゆえに、

$$\delta(\epsilon_{cr} G \sqrt{\theta_{cr}} / \delta) = 0.7 \delta(A_{thr,N}) + 0.3 \delta(A_{thr,R})$$

となり、動翼スロート面積増加率  $\delta(A_{thr,R})$  の3割がタービン入口流量の増加率となる。この結果も図12に示したが、 $(k/h)_R=4.2\%$  の場合には  $(k/h)_R=1.5\%$  の場合に比べ、1.5%のタービン入口修正流量の増加と計算された。<sup>註)</sup>

実験における流量の増大分はいずれの計算のそれよりも小さい。これは計算では翼先端付近の流れも主流の平均速度に等しい速度をもっているとして仮定しているのに対し、実際の翼先端付近の流れは流路外壁上に発達した境界層またはそれを含む流れであるため、その付近の軸流速度は主流の平均軸流速度よりは遅いためであろう。

#### (b) タービントルク特性

図13にタービントルクに及ぼす動翼先端すきまの影響を示す。各回転数毎にみると、実験の全膨張比の範囲では、必ずしも  $(k/h)_R$  による影響を一様に議論できないが、高膨張比の領域、したがってトルクの大きい

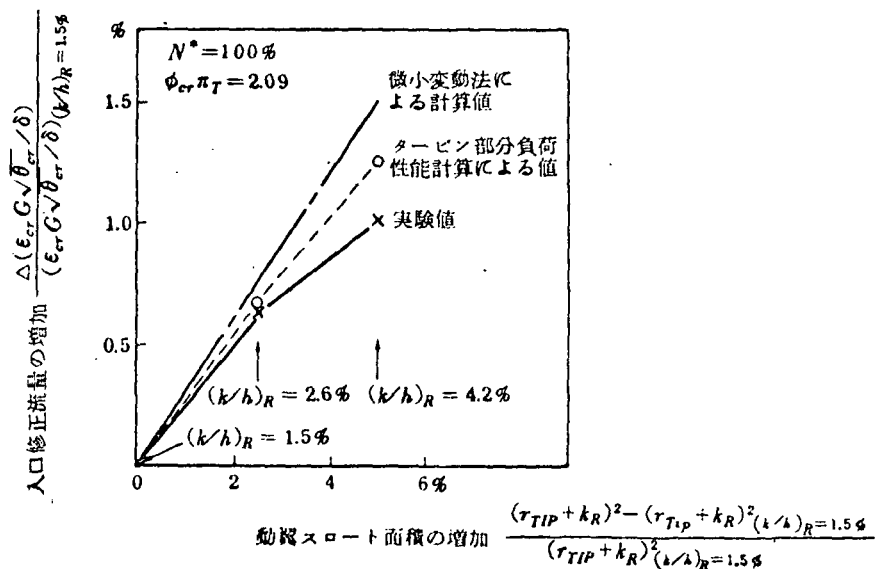


図12 翼先端すきまの変化と入口修正流量の変化との関係

註) なお、翼先端すきまを通過するガス流量の計算に用いている翼先端すきまに関する文献には8), 10), 11), 14), 20), 22), 23), 29), 30), 40), などがある。

領域では各回転数とも、一般に $(k/h)_R$ が増大するにつれトルクはわずかに減少する傾向がみられる。

動翼先端すき間の、タービン入口修正流量および修正トルクに及ぼす影響を、図14に文献(5)(6)の結果と共に示す。

動翼先端すきまを動翼先端を削り落とすことにより増大させた従来のいくつかの実験<sup>(5)~(7)</sup>と異なり、本実験では動翼のシュラウドリング内径を増大させることによりその先端すきまを増大させた。したがって、それらの文献にみられるほどの翼負荷の減少、したがってタービントルクの減少はなかった。図14(b)にみられるように、本実験では、トルクの減少分は翼先端すきまの増大分よりはるかに小さいことがわかる。

### (c) 動力計によるタービン断熱効率 $\eta_t$

図15は前述のタービン入口流量およびタービントルクより算出したタービンの断熱効率を示す。低膨張比では各回転数とも動翼先端すきまの影響は明確ではないが、高膨張比では $N^*=110\%$ を除き一般に $(k/h)_R$ が大きくなるにつれて断熱効率 $\eta_t$ が減少するのが明確に示されている。図中に *des. pt.* と示した点は設計回転数および設計膨張比の点を示す。この点における $\eta_t$ は、翼先端すきまが $(k/h)_R=1.5\%$ から $(k/h)_R=4.2\%$ に増大した場合2%ほど減少した。

図16は $(k/h)_R=1.5\%$ 、2.6%および4.2%の各場合の実験の断熱効率を速度比 $U_M/V_{ad}$ に対してプロットしたもので、実験の点は $N^*=70\% \sim 110\%$ での $\eta_t$ を含む。 $k/h$ の影響を明らかに示すために、同一の $(k/h)_R$ で

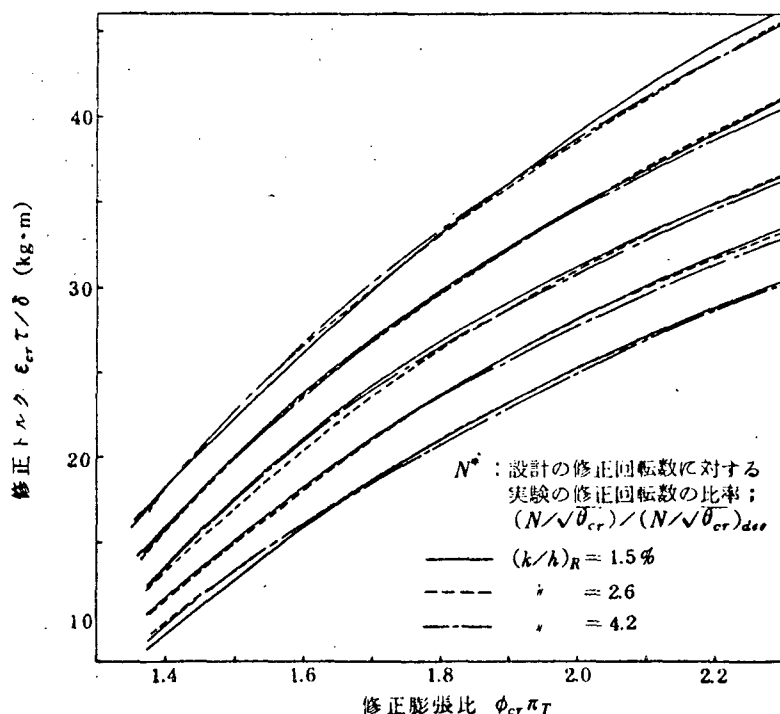


図13 タービントルク特性

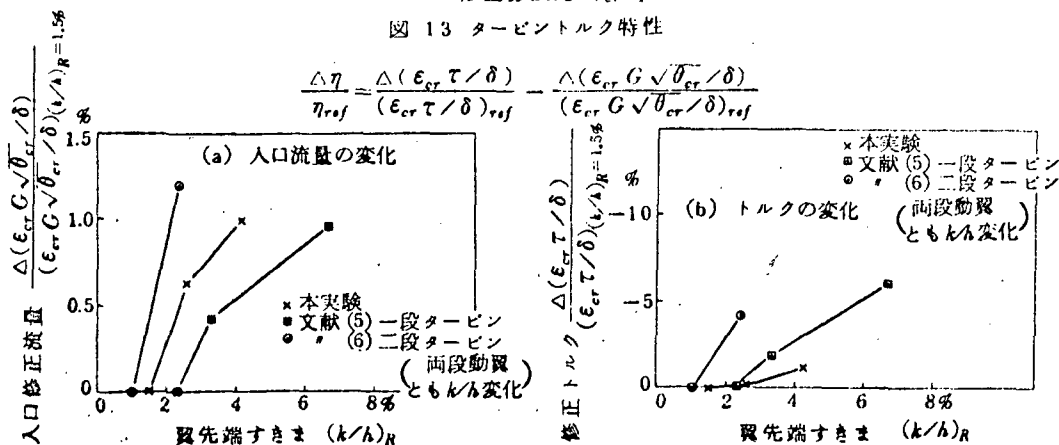


図14 翼先端すきまによるタービンの入口流量、トルクの変化



口流およびタービントル  
熱効率を示す。低膨張比で  
の影響は明確ではないが、  
き一般に  $(k/h)_R$  が大きく  
減少するのが明確に示され  
示した点は設計回転数およ  
の点における  $\eta_t$  は、幾先  
から  $(k/h)_R=4.2\%$  に増大し

1.6%および4.2%の各場合の  
 $V_{ad}$  に対してプロットした  
多〜110%での  $\eta_t$  を含む。  
とめに、同一の  $(k/h)_R$  で

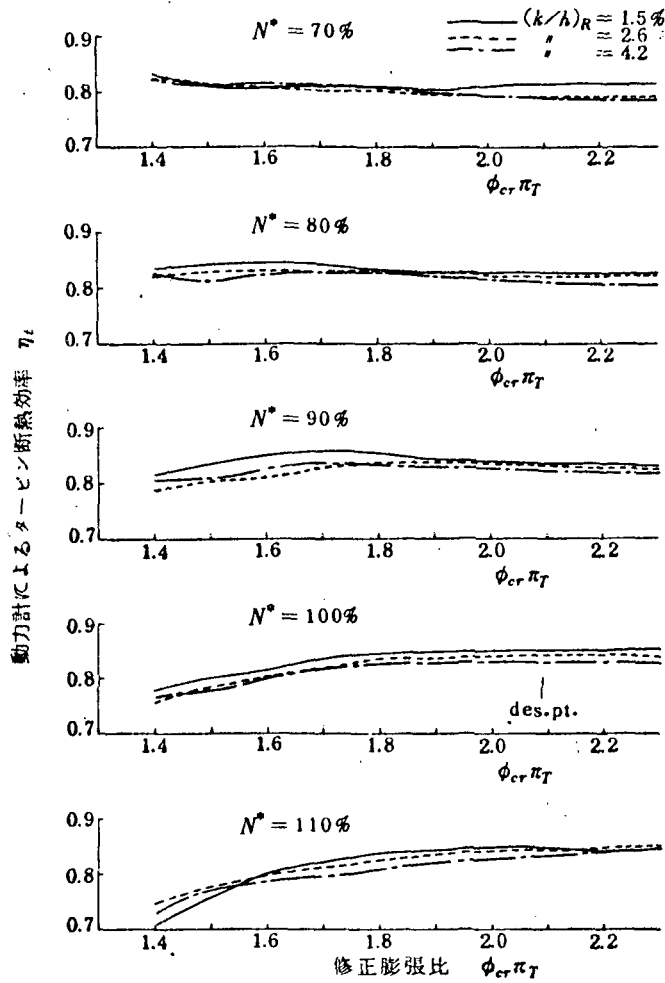


図 15 断熱効率特性

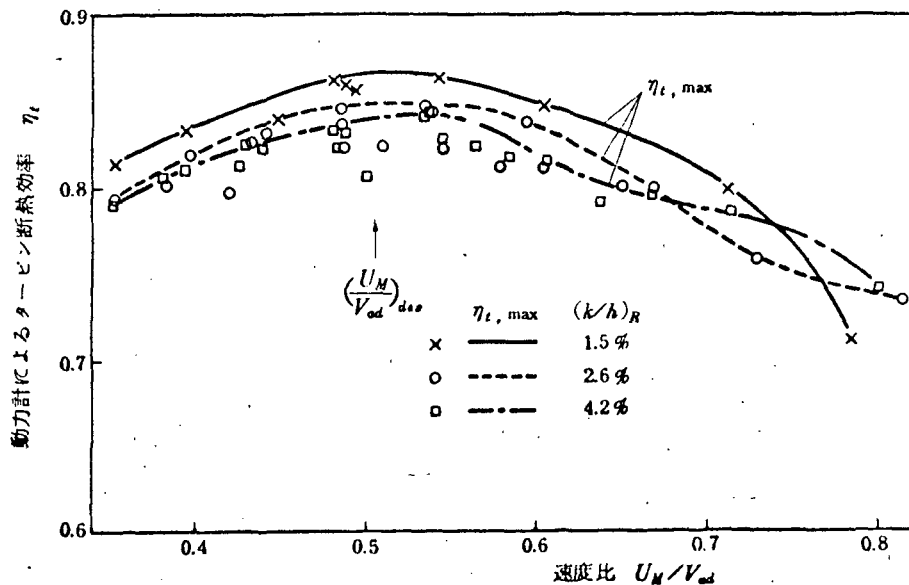


図 16 断熱効率～速度比 特性

× 本実験  
○ 文献 (5) 一段タービン  
□ 文献 (6) 二段タービン  
変化 (両段動翼ともなる変化)

6 8%  
きま  $(k/h)_R$

## 4.2 内部流動

(a) 断熱温度効率の翼高さ方向分布

各膨張比、各回転数とも動翼先端すきまが大きくなるにつれ、全般的に特に *TIP* 付近の効率は低くなっている。そして、その先端すきまの影響は *TIP* 付近に限らず、*MEAN* 近くまで及んでいる。しかし、*ROOT* 近くになるとその影響は殆んどないようである。

(b) 動翼出口ガス相対流出角度の翼高さ方向分布

内部流動の内、興味あるものの一つに動翼出口での相対流出角度  $\beta_2$  がある。これは動翼でのガス流れの転向の結果であるから、直接タービン仕事に關与するもので

ある。図 18 に動翼出口での 2 本のビトー管により測定した実験値をもとに得た動翼出口のガス相対流出角度の翼高さ方向分布を示す。(計算方法は 3.4 参照)。2 本のビトー管に対する  $\beta_3$  の間に差がみられ、測定位置により流れに差のあることがわかる。同じビトー管の間で動翼先端すきまの大きさにする  $\beta_3$  への影響をみれば、 $(k/h)_R$  が大きいほどとくに  $TIP$  近傍での  $\beta_3$  は小さいことが明確に示されている。これは動翼の先端すきまを通り翼正圧側から負圧側へのガスの吹き抜けの結果と考えられる。このように、 $k/h$  が大きくなると  $TIP$  近傍での動翼転向角はかなり減少するため、 $TIP$  近傍での動翼の仕事量が減り、かつ翼先端すきまからのもれガスと主流との混合による全圧損失などもあって結果として前述のようにタービン断熱効率  $\eta_c$  (動力計) や、タービン断熱温度効率  $\eta_{t-3}$  の低下をもたらすものと考えられる。

## 5 動翼先端すきまのタービン効率への影響 の種々の計算方法と本実験結果との比較

### 5.1 計算方法の整理

タービン（または圧縮機）における静翼や動翼の先端すきまがタービン（または圧縮機）の性能、とくに断熱効率に及ぼす影響を計算する方法は古くから種々提案され

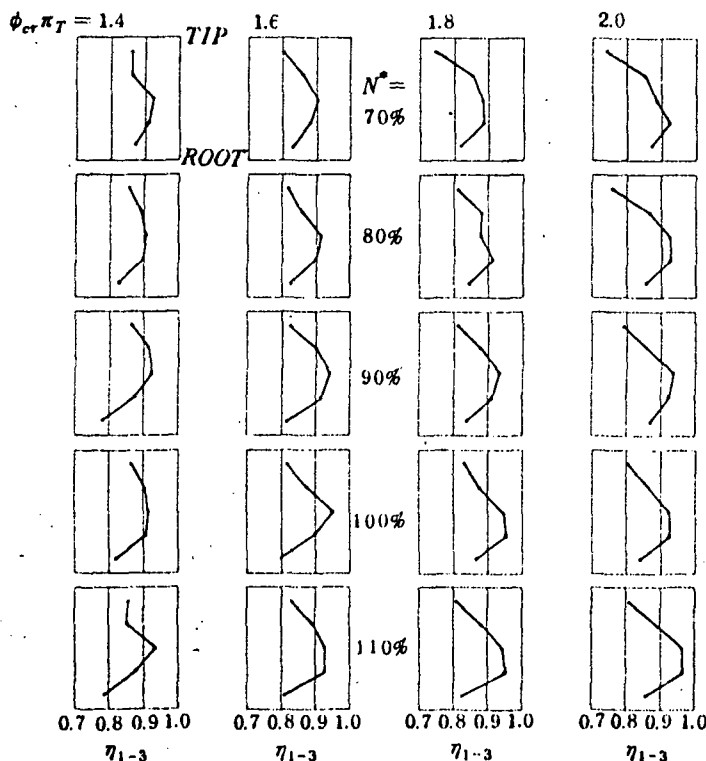


図 17 断熱温度効率の壁高さ方向分布

の2本のピトー管により測定  
翼出口のガス相対流出角度の  
計算方法は3.4参照)。2本  
間に差がみられ、測定位置に  
わかる。同じピトー管の間で  
する  $\beta_2$  への影響をみれば、  
に  $TIP$  近傍での  $\beta_2$  は小さい。  
これは動翼の先端すきまを  
のガスの吹き抜けの結果と考  
え、 $\beta_2$  が大きくなると  $TIP$  近傍で  
するため、 $TIP$  近傍での動翼  
端すきまからの流れガスと主  
などもあって結果として前述  
 $\eta_1$  (動力計) や、タービン断  
もたらすものと考えられる。

タービン効率への影響  
本実験結果との比較

における静翼や動翼の先端  
(E縮機)の性能、とくに断熱効  
率は古くから種々提案され

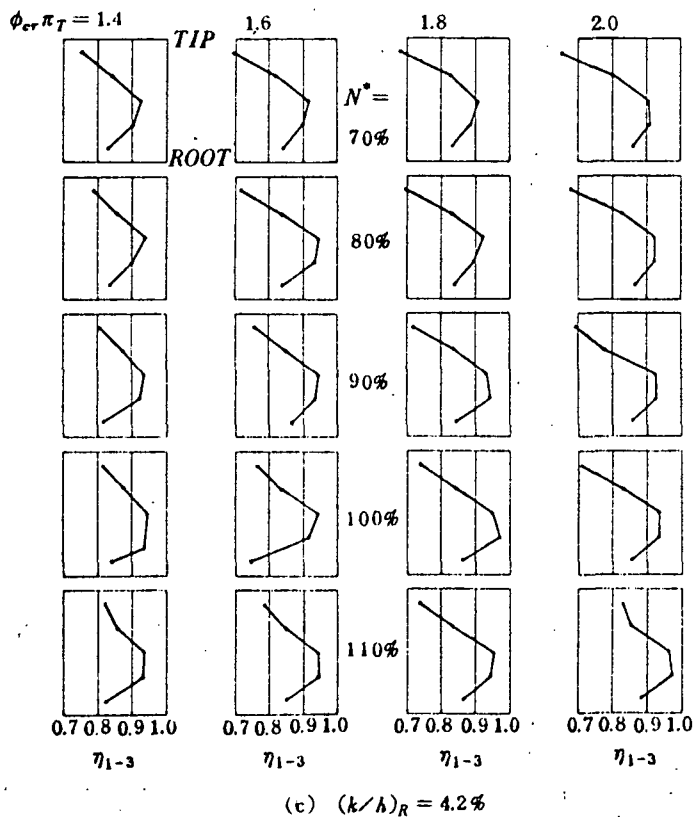
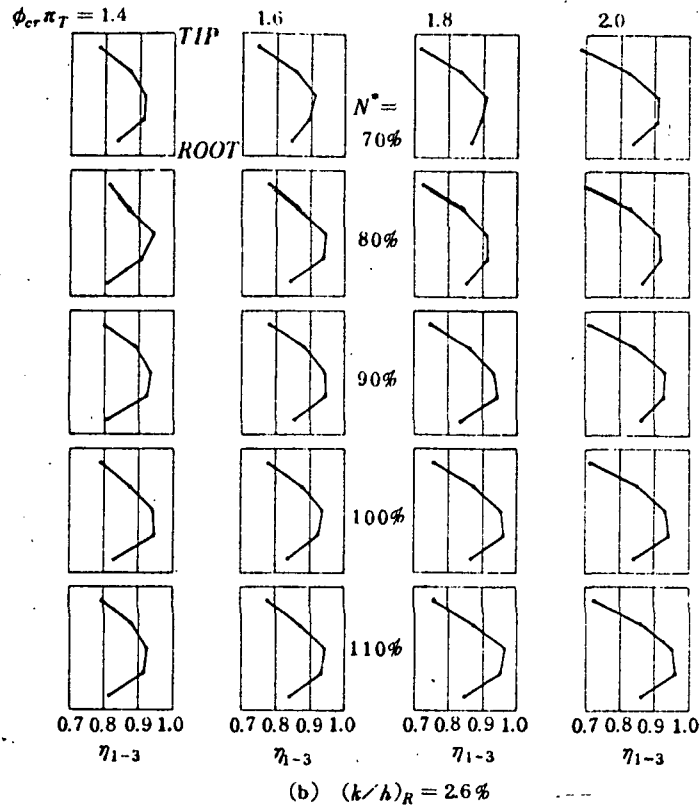


図 17 (続) 断熱温度効率の翼高さ方向分布

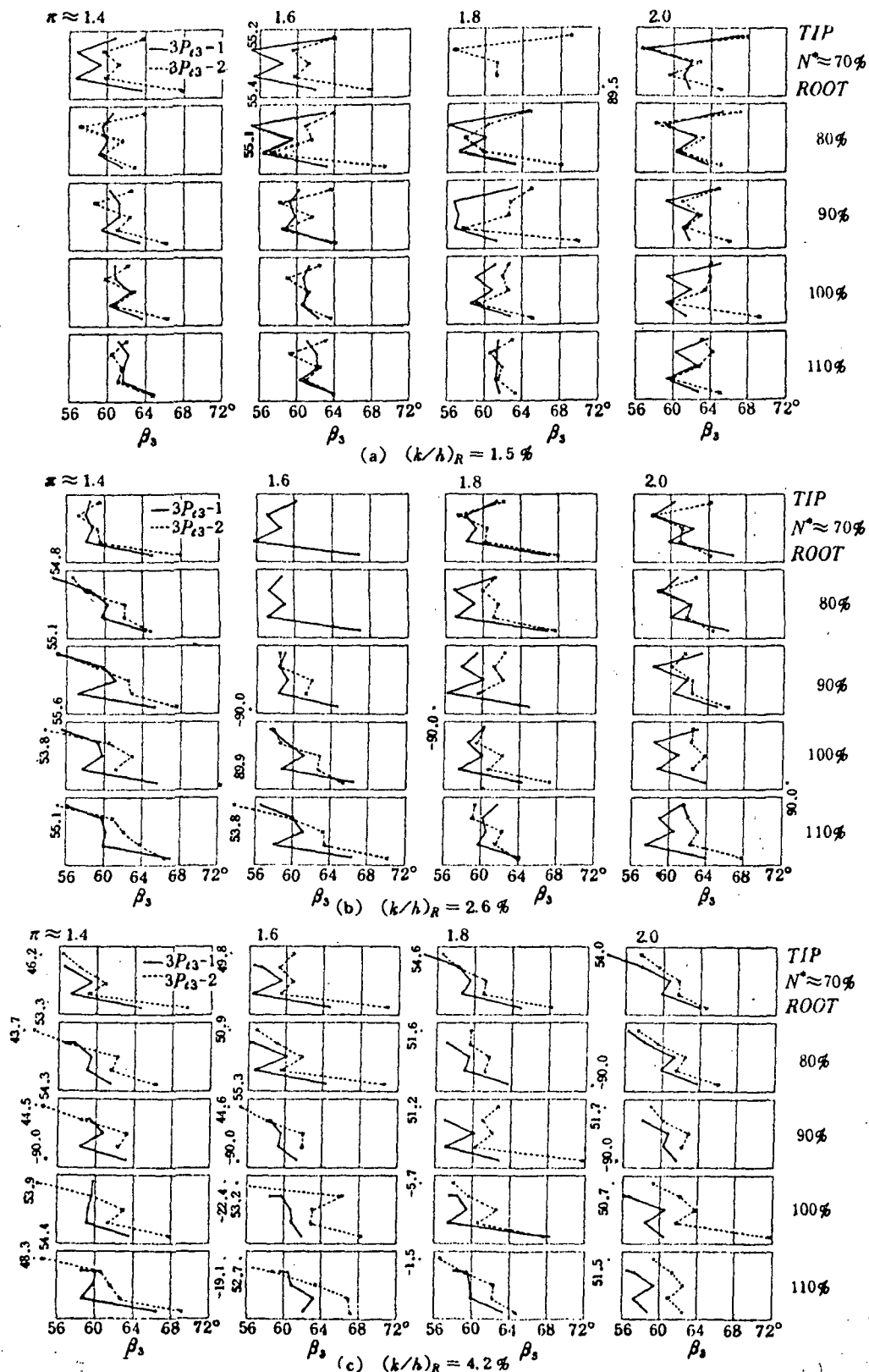


図 18 動翼出口のガス相対流出角度の翼高さ方向分布

ている。ここではそれらの方  
計算式は全て  $\Delta \eta = -\lambda_R$  に  
大別すると、次の三種項にな

A) 断熱効率の低下分  $\Delta \eta$   
比例するとして、その比例係  
験的な計算方法。  $\lambda_R$  の値は

B) 翼先端すきまによる  $\Delta \eta$   
ら理論的に導いた計算方法。  
タービン又は圧縮機の性能を  
経験値 B を含む。 B は翼抗  $\lambda$   
定数又はいくつかのパラメー  
B の値により種々の式が導

C) 断熱効率の低下分  $\Delta \eta$   
/翼の全スロート面積) に  
それにかかる補正係数によ  
(理論式 II)。

これら A) B) C) の詳細は

以上の方法を整理し、そ  
示す。右端の欄が本タービ  
示式により計算した  $\lambda_R$  の

表

分類	式	引用
経験式 $\lambda_R$ は定数	A1	Stodola (1)
	A2	Meldahl (1)
	A3	Ainley (1)
	A4	Kofsky (1)
	A5	Szancs (1)
理論式 I ( $C_{d0}$ の表示式のちがいにによる)	B1	Carter I (1)
		II
	B2	Ainley I (1)
		II
	B3	Meldahl (1)
	B4	Vavra I (1)
		II
	B5	Lakshminaray
	B6	,
	B7	,
理論式 II	C1	Soderberg (1)
	C2	Amann (1) Rogo (1968) Craig (1)

TIP  
N<sup>\*</sup>≈70%  
ROOT

80%

90%

100%

110%

68 72°

TIP  
N<sup>\*</sup>≈70%  
ROOT

80%

90%

100%

110%

68 72°

TIP  
N<sup>\*</sup>≈70%  
ROOT

80%

90%

100%

110%

68 72°

TIP  
N<sup>\*</sup>≈70%  
ROOT

80%

90%

100%

110%

68 72°

ている。ここではそれらの方法を分類、整理してみた。計算式は全て  $\Delta \eta_T = -\lambda_R \left( \frac{k}{h} \right)_R$  と表わせるが、方法を大別すると、次の三種類になる。

A) 断熱効率の低下分  $\Delta \eta_T$  が動翼先端すきま比のみに比例すると、その比例定数  $\lambda_R$  を実験的に決める経験的な計算方法。  $\lambda_R$  の値により種々の経験式がある。

B) 翼先端すきまによる翼抗力係数式と断熱効率式から理論的に導いた計算方法。この場合、比例定数  $\lambda_R$  はタービン又は圧縮機の性能を示す種々のパラメータ及び経験値 B を含む。B は翼抗力係数の提示式により種々の定数又はいくつかのパラメータを含む関数で表わされる。B の値により種々の式が導ける(理論式 I)。

C) 断熱効率の低下分  $\Delta \eta_T$  が、(翼先端すきまの面積/翼の全スロート面積)に比例すると考える理論的方法。それにかかる補正係数によりいくつかの提示式がある(理論式 II)。

これら A) B) C) の詳細は付録 A および B に示した。

以上の方法を整理し、それによる計算値と共に表 3 に示す。右端の欄が本タービンの設計値を用いて種々の提示式により計算した  $\lambda_R$  の値である。この値は A の場合、

大略  $\Delta \eta_T \approx -1.5 \left( \frac{k}{h} \right)_R$  である。B の場合、およそ A の場合の  $\lambda_R$  と同値かわずかに大きい程度の  $\lambda_R$  値をもつ。C の場合、非常に簡単な理論だが他と較べて妥当な  $\lambda_R$  値が得られている。この内、B の方法が最も合理的な方法と考えられる。

## 5.2 種々の計算値と本報の実験値との比較

本タービンの断熱効率をその設計値を基準に前述の方法で計算した結果を図 19 に示す。図 19 にはまた比較のため本報の実験値を示した。実験値の内、○印は設計修正回転数、設計膨張比における断熱効率  $\eta_i$  (図 15) を示し、△印は図 16 に示した最高効率線  $\eta_{i, \max}$  の設計速度比における値を示した。計算式によりその計算結果の間にはかなりの差がみられる。本実験の結果は、 $\lambda_R \approx 1.30$  であり、これは勾配の小さな ( $\lambda_R$  の値の小さな) 計算値、すなわち A 項の経験式では (A3) の Ainley の式および (A5) の Szanca の式に、理論式 I、II の内では (C2) の Craig の方法に比較的に一致している。翼の揚力係数  $C_L$  などのタービンパラメータを含む理論式 II の内では式 (24) と Ainley の B の値 ( $B=0.5$ ) を組合せた Ainley II の方法、すなわち

表 3 種々の文献の式または種々の文献の  $C_{Dk}$  を用いて予想した動翼先端すきま比のタービン断熱効率への影響 ( $\Delta \eta_T = -\lambda_R (k/h)_R$ )

分類	式	引用文献名	$\lambda_R$ の値または $\lambda_R$ の計算式	備 考	本タービンに相当する $\lambda_R$
経験式 ( $\lambda_R$ は定数)	A1	Stodola (1925) <sup>8)</sup>	1.55*	Reaction Turbine	左欄の $\lambda_R$ に同じ
	A2	Meldahl (1941) <sup>8)</sup>	1.75*	" "	
	A3	Ainley (1955) <sup>8)</sup>	1.30*	" "	
	A4	Kofsky (1967) <sup>6)</sup>	1.67*	二段 Reaction "	
	A5	Szanca (1974) <sup>5)</sup>	1.39	Reaction Turbine	
理論式 I ( $C_{Dk}$ の表示式のちがいによる)	B1	Carter I (1948) <sup>8,22)</sup>	$B=0.5$ , 式 (20)	50% の反動度	2.29
	" II "	" "	" , 式 (22)	任意 "	2.02
	B2	Ainley I (1955) <sup>9)</sup>	" , "	シュラウド付は $B=0.25$	"
	" II "	" "	" , 式 (24)	"	1.72
	B3	Meldahl (1941) <sup>10)</sup>	$B = \frac{1}{4 \cos \beta_3}$ , 式 (22)	"	2.26
	B4	Vavra I (1960) <sup>11)</sup>	$B = f \sqrt{C_L} (s/c)$ , 式 (22)	$f=0.29$ とした <sup>11)</sup>	0.12
	" II "	" "	" , 式 (24)	"	0.35
理論式 II	B5	Lakshminarayana I (1963) <sup>14,15)</sup>	$B=0.7$ , 式 (22)	"	2.83
	B6	" II (1970) <sup>15)</sup>	$B=0.7+B_w$ , 式 (32)	$\left( \frac{k}{h} \right)_R = 1.5\%$ での $\lambda_R \rightarrow$	4.89
	B7	" III "	$B=0.7 \eta_T^2$ , 式 (22)	"	2.04
	C1	Soderberg (1953) <sup>16)</sup> Amann (1963) <sup>17)</sup> Rogo (1968) <sup>18)</sup> (1968) <sup>19)</sup>	$\frac{\pi D_{T,p} h}{A_{thr}} \eta_{TD}$	"	2.12
	C2	Craig (1970) <sup>20)</sup>	$1.5 F_k \frac{\pi D_{T,p} h}{A_{thr}} \eta_{TD}, F_k$ : 付図 2	重なり $\Delta L$ 考慮	1.59

$$\Delta \eta_T = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]^2_R \sec^3 \beta_{m,R} (k/h)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \quad (24) \quad B \cdot 5(II)$$

ここで、

$$B = 0.5$$

が最もよい計算式であった。(付録Aの註5も参照)

以上の式を任意の段をもつ軸流ターボ機械について一般的な形で書けば、次の形で表わされる。

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]^2_N \sec^3 \alpha_{n,N} (k/h)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]^2_R \sec^3 \beta_{m,R} (k/h)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\},$$

ここで、 $i$ は段数を示す。これは任意の反動度をもつ場合についても成立つものである。

## 6 結 論

空冷式高温タービン用に設計した単段高負荷軸流タービンについて、動翼の先端すきまを動翼シュラウドリングの寸法をかえることにより変化させた実験を行なった。おもな結果は次のとおりである。

1) 修正回転数比  $N^* \approx 70\% \sim 110\%$ 、修正膨張比  $\phi_{rr} \pi_T \approx 1.4 \sim 2.2$  の範囲で実験を行なったが、タービン入口修正流量、タービン断熱効率等の全体性能は動翼先端すきまの大きさにより影響を受けた。

同一修正回転数、同一修正膨張比におけるタービン入口流量は動翼の先端すきま比が増大するにつれ増加した。そのタービン入口流量の特性を、縦軸に入口修正流量、横軸に修正膨張比をとり、タービンの修正回転数をパラメータとして示した場合、同回転数における特性曲線は翼先端すきま比の変化に従ってほぼ平行に移動する形となった。

タービンの断熱効率は動翼先端すきまが大きくなるにつれ、減少した。設計修正回転数および設計修正膨張比における断熱効率  $\eta_t$  (動力計の測定荷重より得た効率) は動翼先端すきま比  $(k/h)_R$  が 1.5%、2.6% および 4.2% のとき、それぞれ 85.5%、84.2% および 83.0% であった。また、設計の理論速度比におけるその効率の最高値はそれぞれ 86.5%、84.7% および 83.8% であった。

2) 全実験の範囲にわたりタービン出口における内部

流動を求めた。断熱温度動翼先端すきまが大きくなるは低下し、その影響は動翼がわかった。また、動翼分布からは、動翼先端すき相対流出角は減少し、動翼著しく減少することがわかつ  $TIP$  近傍でのタービン仕事となる。

3) 翼の先端すきまが影響を計算する種々の方法をそれらの方法は、A) 経験理論式 II の三種に分ける。実験の結果とを比較した結果は次の形で表わせるこ

$$\Delta \eta_T = \eta - \eta_{T0} = -B$$

ここで、

$$B = 0.5$$

また、多段の軸流タービンに翼先端すきまがある静翼に翼先端すきまがある  $\Delta \eta_T$  の式をも示した。す

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]^2_N \sec^3 \alpha_{n,N} (k/h)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]^2_R \sec^3 \beta_{m,R} (k/h)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\},$$

ここで、 $i$ は段数を示す

7 お

本研究にあたり以下の  
ながらお礼申し上げます  
松木原助機部長；島等  
官；西尾室長、越沼技官  
山田技官（空気源関係）  
ン事業部技術開発室（設

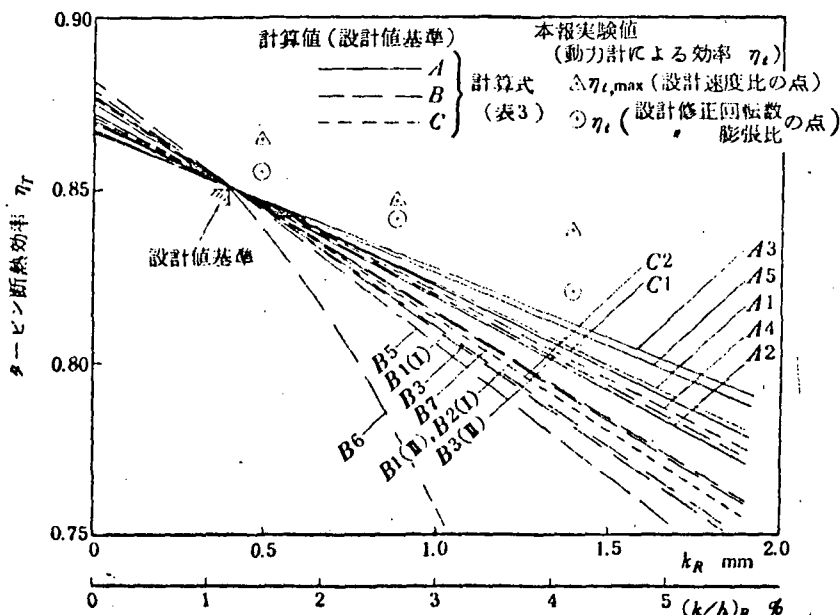


図 19 種々の式による計算値と本報実験結果との比較

## 論

付した単段高負荷軸流タービンを動翼シュラウドリンに変化させた実験を行なった。

6~110%、修正膨張比を求めた。断熱温度効率の半径方向の分布から、動翼先端すきまが大きくなるにつれ、動翼TIP近傍の効率は低下し、その影響は動翼MEAN径付近にまで及ぶことがわかった。また、動翼出口の相対流出角度の半径方向分布からは、動翼先端すきまが大きくなるにつれ動翼の相対流出角は減少し、動翼TIP近傍ではガスの転向は著しく減少することがわかった。このことは動翼でのTIP近傍でのタービン仕事量をへらし、効率低下の原因となる。

3) 翼の先端すきまがタービンの断熱効率に及ぼす影響を計算する種々の方法を系統的に分類、整理した結果、それらの方法は、A) 経験式、B) 理論式I、およびC) 理論式IIの三種に分けることができた。計算の結果と本実験の結果とを比較した結果、理論式Iの内最適のものとしては次の形で表わせることがわかった。

$$\Delta \eta_T = \eta - \eta_{T0} = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2}$$

ここで、

$$B = 0.5$$

また、多段の軸流ターボ機械において動翼かつ(または)静翼に翼先端すきまがある一般的な場合についても成立つ $\Delta \eta_T$ の式をも示した。すなわち、

$$\Delta \eta_T = \frac{-\eta_T}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left(\frac{k}{h}\right)_N}{\left(\frac{U_m}{V_{a2}}\right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \right\}_i$$

ここで、 $i$ は段数を示す。

## 7 あとがき

本研究にあたり以下の方々に御協力いただいた。末筆ながらお礼申し上げます。

松木原動機部長；鳥崎航空機公害研究グループ総合研究官；西尾室長，越沼技官（計測関係）；小倉，下平および山田各技官（空気源関係）；石川島播磨重工業航空エンジン事業部技術開発室（設計製作関係）。

## 参 考 文 献

- 1) 山本孝正，高原北雄，能瀬弘幸，井上重雄，白井弘，三村富嗣雄：空冷軸流タービンの空力性能に関する研究（第一報 空冷タービンの設計および冷却空気を流さない場合の全体性能に関する実験的研究），航空宇宙技術研究所報告 NAL TR-321，又はNASA TT F-16083 (1973)。
- 2) 同上：ファン駆動用四段低圧タービン (LT-10C) の空力性能実験，航空宇宙技術研究所資料 NAL TM-286 (1975)。
- 3) 藤井昭一，西脇英夫，吉田見，五味光男，武田克己，菅原昇：高速単段軸流圧縮機の研究（二重円弧翼の性能），航空宇宙技術研究所報告 NAL TR-134 (1967) p. 24。
- 4) 山本孝正，高原北雄，白井弘：空冷タービンの空力性能に及ぼす冷却空気の影響，第14回航空原動機に関する講演会講演集 (1974)，又は  
同上：Small Deviation法による空冷タービンの空力性能に及ぼす冷却空気の影響の解析法，航空宇宙技術研究所報告 NAL TM出版予定，又は  
A. Ya. Cherkez: Engineering Calculations for Gas Turbine Engines by Methods of Small Deviations, FTD-HT-23-573-68 (1965)。
- 5) E. M. Szanca, F. P. Behning and H. J. Schum: Research Turbine for High-Temperature Core Engine Application (II-Effect of Rotor Tip Clearance on Overall Performance, NASA TN D-7639 (1974)。
- 6) M. G. Kofskey and W. J. Nusbaum: Performance Evaluation of a Two-Stage Axial-Flow Turbine for Two Values of Tip Clearance, NASA TN D-4388 (1967)。
- 7) M. G. Kofskey: Experimental Investigation of Three Tip-Clearance Configurations Over a Range of Tip-Clearance Using a Single-Stage Turbine of High Hub-to Tip-Radius Ratios, NASA TM X-472 (1961)。
- 8) D. G. Ainley and G. C. R. Mathieson: An Examination of the Flow and Pressure Losses in Blade Rows of Axial-Flow Turbines, ARC R & M. No. 2891 (1955)。
- 9) 同上：A Method of Performance Estimation for Axial Flow Turbines, ARC R. & M. No. 2974 (1951)。
- 10) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock:

$\eta_i$  の点)  
比の点)  
転数の点)  
張比

A3  
A5  
A1  
A4  
A2

20

- Secondary Flows and Losses in Cascades and Axial-Flow Turbomachines, Int. J. Mech. Sci., Pergamon Press Ltd., Vol. 5, p. 287~ (1963).
- 11) M. H. Vavra: Aero-Thermodynamics and Flow in Turbomachinery, John Wiley, New York, p. 383~ (1960).
  - 12) A. J. Glassman (Editor): Turbine Design and Application, Volume One, NASA SP-290 (1972).
  - 13) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock: Tip-Clearance Flow and Losses for a Isolated Compressor Blade, ARC R. & M. No. 3316 (1962).
  - 14) 同上: Leakage and Secondary Flows in Compressor Cascade, ARC R. & M. No. 3483 (1965).
  - 15) B. Lakshminarayana: Method of Predicting the Tip Clearance Effects in Axial Flow Turbomachinery, Trans. of ASME, Series B (J. of Basic Engineering), p. 467~ (1970).
  - 16) J. H. Horlock: Axial Flow Turbines, Butterworth & Co. (Publishers) Ltd. (1966).
  - 17) C. A. Amann, D. W. Dawson and K. Yu Mason: Consideration in the Design and Development of Turbines for Automotive Gas Turbine Engines, SAE paper 653 (1963).
  - 18) C. Rogo: Experimental Aspect Ratio and Tip Clearance Investigation on Small Turbines, SAE paper No. 680448 (1968).
  - 19) R. Marshall and C. Rogo: Experimental Investigation of Low Aspect Ratio and Tip Clearance on Turbine Performance and Aerodynamic Design, USAAVLAB Tech. Rep. 67-80 (1968).
  - 20) H. R. M. Craig and H. J. A. Cox: Performance Estimation of Axial Flow Turbines, Proc. Instn. Mech. Engrs., 1970-71, Vol. 185 32/71 (1971).
  - 21) J. H. Horlock: Losses and Efficiencies in Axial-Flow Turbines, Int. J. Mech. Sci., Pergamon Press Ltd., Vol. 2, p. 48~ (1960).
  - 22) A. D. S. Carter: Three-dimensional-flow Theories for Axial Compressor and Turbines, Internal Combustion Turbines, Proc. I. M. E., Vol. 159, p. 255~ (1948).
  - 23) S. P. Hutton: Three-Dimensional Motion in Axial-Flow Impellers, Internal Combustion Turbines, p. 863~ (1955).
  - 24) A. D. S. Carter and E. M. Cohen: Preliminary Investigation into the Three-dimensional Flow through a Cascade of Aerofoils, ARC R. & M. No. 2339 (1946).
  - 25) W. J. Whitney, W. L. Stewart and J. M. Miser: Experimental Investigation of Turbine Stator-Blade-Outlet Boundary-Layer Characteristics and Comparison with Theoretical Results, NACA RM E55K24 (1955).
  - 26) W. L. Stewart, W. J. Whitney and R. Y. Wong: Use of Mean-Section Boundary-Layer Parameters in Predicting Three-Dimensional Turbine Stator Losses, NACA RM E55L12a (1955).
  - 27) 同上: A Study of Boundary-Layer Characteristics of Turbomachine Blade Rows and Their Relation to Over-All Blade Loss, Trans. of the ASME, Vol. 82, J. of Basic Engng. p. 588~ (1960).
  - 28) H. W. Prust, Jr., H. J. Schum and F. P. Behning: Cold-Air Investigation of a Turbine for High-Temperature Engine Application II. Detailed Analytical and Experimental Investigation of Stator Performance, NASA TN D-4418 (1967).
  - 29) S. F. Smith: A Simple Correlation of Turbine Efficiency, J. of the Royal Aeronautical Society, Vol. 69, p. 467~ (1965).
  - 30) G. O. Ohlsson: Low Aspect Ratio Turbine, Trans. of the ASME (J. of Engng. for Power), Vol. 86, p. 13~ (1964).
  - 31) B. Lakshminarayana and J. H. Horlock: Effect of Shear Flows on the Outlet Angle in Axial Compressor Cascades—Methods of Predicting and Correlation With Experiments, Trans. of the ASME (J. of Basic Engng.), Vol. 89, p. 191~ (1967).
  - 32) A. Klein: Untersuchungen Über den Einfluß der Zuström Grenzschicht auf die Sekundärströmungen in der Beschaukelungen von Axialturbinen, Forsch. Ing. Wes. Vol. 32, Nr. 6 (1966).
  - 33) H. E. Rohlik and M. G. Kofskey: Secondary-Flow Phenomena in Stator and Rotor-Blade Rows and Their Effect on Turbine Performance, ASME Paper 63-AHGT-72 (1963).
  - 34) D. Mehmehl: Die Schaufelgitter, Ingenieur (1962).
  - 35) B. Lakshminarayana: ing-Line Theory to foils, AIAA Journal (1964).
  - 36) 杉山善幸: 非一様流の空力的性能, 日本機械学会誌, p. 207~ (1974).
  - 37) 同上: 翼端すきまの空力的性能, アスペクト比の影響, 日本機械学会誌, p. 175~ (1966).
  - 38) 同上: 同上 (第5巻), 日本機械学会誌, (昭50-1).



M. Cohen: Pre-  
the Three-dimen-  
scade of Aerofoils,  
946).

Stewart and J. M.  
estigation of Tur-

Boundary-Layer  
arison with Theo-  
E55K24 (1955).

Whitney and R. Y.  
n Boundary-Layer  
Three-Dimensional  
CA RM E55L12a

Boundary-Layer Char-  
Blade Rows and  
Blade Loss, Trans.  
f Basic Engng. p.

Schum and F. P.  
igation of a Tur-  
Engine Applica-  
and Experimental  
formance, NASA

Correlation of  
Royal Aeronau-  
(1965).

ect Ratio Tur-  
of Engng. for  
4).

J. H. Horlock:  
Outlet Angle in  
Methods of Pre-  
Experiments,  
asic Engng.),

Über den Ein-  
f die Sekund-  
felungen von  
Vol. 32, Nr. 6

key: Secon-  
and Rotor-  
Turbine Per-  
T-72 (1963).

34) D. Mehmehl: Die Spalströmung an geraden  
Schaufelgittern, Ingenieur-Archiv, XXXI. Band  
(1962).

35) B. Lakshminarayana: Extension of Lift-  
ing-Line Theory to a Cascade of Split Aero-  
foils, AIAA Journal, Vol. 2, No. 5, p. 938~  
(1964).

36) 杉山善幸: 非一様流中において翼端すきまをもつ翼  
の空力的性能, 日本機械学会講演論文集 No 740-6,  
p. 207~(1974).

37) 同上: 翼端すきまのある翼の性能について(第4  
報, アスペクト比の影響), 日本機械学会講演論文集,  
No 216, p. 175~(1969).

38) 同上: 同上(第5報, 側壁面境界層の影響に関す  
る実験的研究), 日本機械学会論文集, 41巻341号  
(昭50-1).

39) E. N. Bogomolov: A. Study of the Effect  
on the Operation of a Gas-Turbine Stage from  
the Discharge into a Radial Clearance of the  
Cooling Air from the Blades, Soviet Aero-  
nautics, Vol. 10, No. 4, p. 56~ (1967).

40) Г. М. Ключников, В. А. Стручкин: О влия-  
нии радиального зазора на эффективность ту-  
рбинной ступени, известия высших учебных  
заведений, серия авиационная техника No. 1  
p. 90~ (1966).

41) M. G. Kofskey: Experimental Investiga-  
tion of Three Tip-Clearance Configurations  
over a Range of Tip Clearance using a Single-  
Stage Turbine of High Hub-to Tip-Radius  
Ratio, NASA TM X-472 (1961).

### 付録A 翼先端すきまの断熱効率に及ぼす影響の計算方法

動翼または静翼の翼先端すきまによる流体機械の性能、ことに効率への影響を定量的に見積るための計算式は古くから種々提示されている。ここでは、種々の計算式を著者なりに整理した。計算式は(A), (B), (C)の3つに分類した。この内、(A)は経験則によるもの、(B), (C)は理論的ないしは理論式にある経験定数(関数の場合もある)をとり入れたものである。

断熱効率  $\eta_T$  としては流体機械の入口と出口での全温、全圧により定義した、いわゆる Total to Total 状態で定義した効率を用い、その断熱効率  $\eta_T$  への動翼先端すきま比  $(k/h)_R$  ( $k$ : 翼先端すきま,  $h$ : 翼高さ) への影響は次の形で表わす。

$$\Delta \eta_T = -\lambda_R \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (1)$$

ここで、 $\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$  ( $\eta_{T0}$ :  $k=0$  のときの  $\eta_T$ ) すなわち、種々の研究者により、 $\lambda_R$  の値または  $\lambda_R$  の表示式が異なる。

#### (A) 経験式 ( $\lambda_R$ = 定数)

Stodola<sup>8)</sup> は動翼と静翼ともに翼先端すきまがある Reaction Steam Turbine の実験から、

$$\Delta \eta_T \approx -3.1 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \quad (2)$$

後述の式 (21) の形から考えて、動翼のみにすきまがある場合は上記の係数 3.1 を 1/2 倍できると仮定すれば、

$$\Delta \eta_T \approx -1.55 \frac{k}{h} \quad (A-1) \quad \text{Stodola}$$

を得る。

同様に、Meldahl は単段の Reaction Turbine で、

$$\Delta \eta_T \approx -3.5 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \quad (3)$$

を与えており、したがって動翼のみのすきまに対しては式 (A-1) と同様にして、

$$\Delta \eta_T \approx -1.75 \frac{k}{h} \quad (A-2) \quad \text{Meldahl}$$

となる。

上記の Stodola, Meldahl の式は Ainley<sup>9)</sup> によりまとめられているが、Ainley は 50% の反動度をもつタービンの実験結果から、

$$\Delta \eta_T \approx -2.6 \frac{k}{h} \quad (\text{静翼, 動翼ともすきまあり}) \quad (4)$$

を得ており、したがって動翼先端すきまに対して

$$\Delta \eta_T \approx -1.3 \frac{k}{h} \quad (A-3) \quad \text{Ainley}$$

を得る。

一方、Kofskey<sup>6)</sup> の二段 Reaction Turbine で両段の動翼の先端すきまを共に同じく変化させた実験では

$$\Delta \eta_T \approx -3.20 \left( \frac{k}{h} \right) \quad (\text{両段動翼共すきまあり}) \quad (5)$$

を示している。したがって後述の式 (21) から推察して動翼の先端すきまの各段あたりの効率の低下は

$$\Delta \eta_T \approx -1.67 \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (A-4) \quad \text{Kofskey} \quad \text{註1)}$$

と表わされるものと考ええる。

また、Szanca<sup>5)</sup> の単段の高温タービンに設計された軸流タービン (TIP での反動度は 80.5%) における動翼先端すきまの実験結果から、

$$\Delta \eta_T \approx -1.39 \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (A-5) \quad \text{Szanca} \quad \text{註1)}$$

を示している。

#### (B) 理論式 I

翼先端すきまを表わす翼列抵抗係数  $C_{Dk}$  (または翼列全圧損失係数  $Y_{tk}$ ) の理論表示式または半理論表示式と断熱効率の理論式とから、翼先端すきまの断熱効率への計算式を導くものである。付図1参照。

断熱効率は次式で表わされる<sup>16)</sup>

$$\frac{1}{\eta_T} = \frac{H_{t1} - H_{t3,ad}}{H_{t1} - H_{t3}} = \frac{\Delta H_{T,ad}}{\Delta H_T} \approx 1 + \frac{\left\{ C_{D,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N \frac{V_{a2}^2}{\cos^3 \alpha_{m,N}} + C_{D,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R \frac{V_{a3}^2}{\cos^3 \beta_{m,R}} \right\}}{2 \Delta H_T} \quad (6)$$

ここで、添字  $N, R$  はそれぞれ静翼、動翼を示す。  $C_D$  は翼列抗力係数、  $c/s$  は (コード/ピッチ) 比、  $V_{a2}$  および  $V_{a3}$  はそれぞれ静翼および動翼の出口での流れの軸流速度である。また、  $\alpha_m$  および  $\beta_m$  は次式で表わされる静翼および動翼での平均流れ角度で、近似的に ( $V_{a1} = V_{a2} = V_{a3}$  として) 次式で表示する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{m,N} &= \tan^{-1} \left( \frac{\tan \alpha_2 - \tan \alpha_1}{2} \right) \\ \beta_{m,R} &= \tan^{-1} \left( \frac{\tan \beta_3 - \tan \beta_2}{2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

一方、式 (6) より翼先端すきまが 0 の効率を次式で表わす。翼先端すきまが 0 のときの  $\Delta H_T$  を  $\Delta H_{T0}$  として、<sup>註2)</sup>

註1) Kofskey<sup>6), 7)</sup>, Szanca<sup>5)</sup> は実験値を  $\Delta \eta / \eta_{ref} = -\text{const.} \left( \frac{k}{h} \right)$  の形で表わしていることに注意。  $\eta_{ref}$  は実験の最小の  $k$  に対する  $\eta$  を採用している。  
註2) 翼先端すきまにより、  $V_{a2}, V_{a3}, \alpha_m, \beta_m$  の変化は無視できると仮定した。

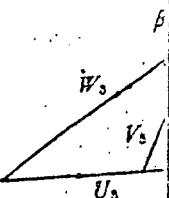
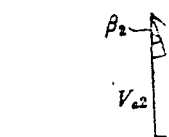
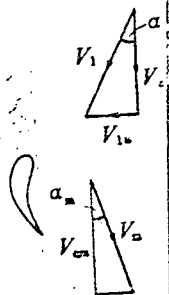
$$\frac{1}{\eta_{T0}} = 1 + \frac{C_{D0,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N \frac{V_{a2}^2}{\cos^3 \alpha}}{2 \Delta H_{T0}}$$

ここで、  $C_{D,N} = C_{D0,N} + C_{Dk}$  (ただし、  $C_{D0}$  は翼先端すきま係数、  $C_{Dk}$  は翼先端すきまとする。式 (6), (8) より  $\Delta$

$$\frac{1}{2} V_{a2}^2 \eta_{T0} (V_{a2} = \sqrt{2gH_{T0}})$$

$$\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$$

$$\Delta \eta_T = - \left\{ \frac{C_{D,k}}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2} \right\}$$



付図1

action Turbineで両段  
変化させた実験では  
動翼共すきまあり(5)  
式(21)から推察して動  
翼率の低下は

註1)  
(A-4)  
Kofskey

タービンに設計された軸  
0.5%)における動翼先

註1)  
(A-5)  
Szanca

数 $C_{Dk}$ (または翼列全  
は半理論表示式と断  
面の断熱効率への計

$$C_{D,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R \frac{V_{a3}^2}{\cos^3 \beta_{m,R}} \quad (6)$$

動翼を示す。 $C_D$   
(アッタ)比、 $V_{a2}$ お  
出口での流れの軸  
次式で表わされ  
近似的に( $V_{a1} =$

$$\quad \quad \quad (7)$$

率を次式で表わ  
 $H_{T0}$ として、註2)  
実験値を  
用いていること  
採用している。  
 $\alpha_m, \beta_m$  の変化

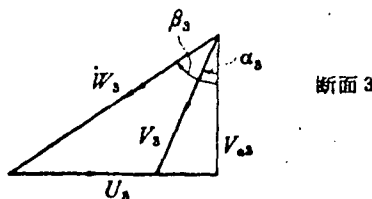
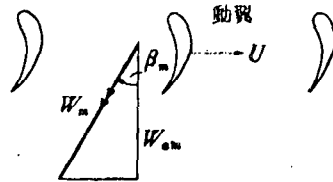
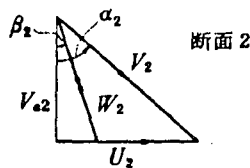
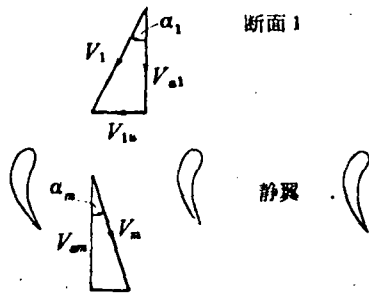
$$\frac{1}{\eta_{T0}} = 1 + \frac{C_{D0,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N \frac{V_{a2}^2}{\cos^3 \alpha_{m,N}} + C_{D0,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R \frac{V_{a3}^2}{\cos^3 \beta_{m,R}}}{2 \Delta H_{T0}} \quad (8)$$

ここで、 $C_{D,N} = C_{D0,N} + C_{Dk,N}$ 、 $C_{D,R} = C_{D0,R} + C_{Dk,R}$   
(ただし、 $C_{D0}$ は翼先端すきまが $k=0$ の場合の翼抵  
抗係数、 $C_{Dk}$ は翼先端すきまによる付加的な翼抵抗係数)  
とする。式(6)、(8)より  $\Delta H_T = \frac{1}{2} V_{a2}^2 \eta_T$ 、 $\Delta H_{T0} =$

$$\frac{1}{2} V_{a2}^2 \eta_{T0} \quad (V_{a2} = \sqrt{2gJ \Delta H_{T,a2}}) \quad \text{を考慮して、}$$

$\Delta \eta_T = \eta_T - \eta_{T0}$ を計算すれば、註3)

$$\Delta \eta_T = - \left\{ \frac{C_{D,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\} \quad (9)$$



付図1 速度三角形と記号のとり方

とくに、静翼の先端すきまがなく、動翼のみの先端すき  
まがある場合は、

$$\Delta \eta_T = - \frac{C_{D,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \quad [\text{動翼すきまのみ}] \quad (10)$$

となる。前述の式(9)はいかなる反動度のタービンに対  
してもなりたつ。

任意の $i$ 段タービンに対しては式(9)は一般に、

$$\Delta \eta_T = - \frac{1}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{C_{D,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N}{\left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R}{\left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\} \quad (11)$$

と書ける。

50%の反動度の場合、式(6)の $\left\{ \right\}$ 内の二項は互いに  
等しく、 $\Delta H_T \approx U_m C_L V_{a2} \sec \alpha_m / 2 (s/h)$  ゆえ<sup>16)</sup>

$$\frac{1}{\eta_T} = 1 + (2C_D / C_L) \operatorname{cosec} 2 \alpha_m \quad (12)$$

$\eta_T \approx \eta_{T0}$ を考慮して

註3) 式(9)について。

式(8)において右辺第2項の分母の $\Delta H_{T0}$ を近似的に  
 $\Delta H_T = \Delta H_{T0} (\eta_T = \eta_{T0})$ といた式を用いれば、式(6)と  
から、

$$\Delta \eta_T \approx - \eta_T \left\{ \frac{C_{D,N} \left( \frac{c}{s} \right)_N}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2 \cos^3 \alpha_{m,N}} + \frac{C_{D,R} \left( \frac{c}{s} \right)_R}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2 \cos^3 \beta_{m,R}} \right\} \quad (9a)$$

となる。式(9)の右辺にくらべて $\eta_T$ 倍となる。この $\eta_T$   
倍は一般の $\eta_T (=0.95 \sim 0.8)$ では無視できないもの  
で、とくに $(\Delta \eta_T \sim \frac{k}{h})$ 線の勾配 $(\lambda)$ にはそのまま効く  
ので重要である。すなわち、式(9)に相当する式としては  
次式となる。

$$\Delta \eta_T \approx \frac{-\eta_T}{\left( \frac{V_{a2}}{U_m} \right)^2} \sum_{i=1}^i \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left( \frac{k}{h} \right)_N}{\left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2} \right\} \quad (21a)$$

式(20)は式(21a)より導かれるものである。

$$\therefore \Delta \eta_T \approx -2\eta_T^2 (C_{Dk}/C_L) \operatorname{cosec} 2\alpha_m$$

[動静翼ともすきまあり], ( $\rho_R = 0.5$ ) (13)

なお、翼の抗力係数  $C_D$  および揚力係数  $C_L$  は次の式で定義するものである。

$$\left. \begin{aligned} C_{D,N} &= \frac{P_{t1} - P_{t2}}{\frac{1}{2} \rho_m V_m^2} \left( \frac{s}{c} \right)_N \cos \alpha_{m,N} \\ C_{D,R} &= \frac{P_{r2} - P_{r3}}{\frac{1}{2} \rho_m W_m^2} \left( \frac{s}{c} \right)_R \cos \beta_{m,R} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} C_{L,N} &= 2 \left( \frac{s}{c} \right)_N (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \cos \alpha_{m,N} + C_{D,N} \tan \alpha_{m,N} \\ C_{L,R} &= 2 \left( \frac{s}{c} \right)_R (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \cos \beta_{m,R} + C_{D,R} \tan \beta_{m,R} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

低マッハ流れの場合、 $\rho_2 = \rho_m$ ,  $V_m \cos \alpha_m = V_2 \cos \alpha_2$  等を考慮すれば、 $C_D$  は  $Y_t$  と次の関係がある。

$$\left. \begin{aligned} C_{D,N} &= Y_{tN} \left( \frac{s}{c} \right)_N \frac{\cos^3 \alpha_{m,N}}{\cos^2 \alpha_2} \\ C_{D,R} &= Y_{tR} \left( \frac{s}{c} \right)_R \frac{\cos^3 \beta_{m,R}}{\cos^2 \beta_3} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

また、 $C_L$  は一般には次式が近似的に用いられる。<sup>8)</sup>

$$\left. \begin{aligned} C_{L,N} &\approx 2 \left( \frac{s}{c} \right)_N (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2) \\ C_{L,R} &\approx 2 \left( \frac{s}{c} \right)_R (\tan \beta_2 + \tan \beta_3) \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

$C_{Dk}$  の表示式

以下、翼先端すきまによる抵抗係数  $C_{Dk}$  を

$$C_{Dk} = B C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c) \quad (18)$$

の形で表わす。ここで、 $C_L$  は翼の揚力係数とし動翼では  $V_0^2 (= \eta_T V_{ad}^2)$  をもとに定義する。 $B$  は定数またはある関数である。

一方、翼先端すきまによる効率低下分  $\Delta \eta_T$  の式としては、反動度 50% の機械に対し、式 13 と 18 より

$$\Delta \eta_T \approx -2\eta_T^2 B [C_L / (s/c)] \operatorname{cosec} 2\alpha_m \left( \frac{k}{h} \right) \quad (\text{但し, } \rho_R = 0.5) \quad (19)$$

これは静翼と動翼とも同じ大きさの先端すきま比を考えているので、動翼のみの先端すきまによる影響はその 1/2 倍として、

$$\Delta \eta_T \approx -\eta_T^2 B [C_L / (s/c)]_R \operatorname{cosec} 2\beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (20)$$

また、任意の反動度をもつ多段 (段数  $i$ ) の場合は式 10、18 より、

$$\Delta \eta_T = \frac{-1}{\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{B_N [C_L / (s/c)]_N^2 \sec^3 \alpha_{m,N} \left( \frac{k}{h} \right)_N}{\left( \frac{U_m}{V_{a2}} \right)^2} + \frac{B_R [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2} \right\} \quad (21)$$

ここで  $B_N, B_R$  は静翼、動翼に対する  $B$  の値を示す。 $B$  の値がわかれば上式で  $n$  段の機械について動翼および静翼が任意の先端すきまをもつ場合の  $\Delta \eta_T$  が計算できる。

とくに、一段で動翼のみにすきまがある場合、式 (21) から ( $i=1, (-\frac{k}{h})_N=0$ ),

$$\Delta \eta_T = - \frac{B_R}{\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2} \frac{[C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2} \quad (22)$$

以下、 $B$  についての種々の表示式を示す。

(I) Carter<sup>22)</sup> は  $C_{Dk}$  の理論式として、

$$C_{Dk} = \frac{1}{2} C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c) \quad (23)$$

この場合、

$$B = 0.5 \quad (B-1)$$

に相当する

(II) Ainley<sup>9)</sup> は  $B$  の値として式 18 において

$$\left. \begin{aligned} \text{シュラウド無} & B = 0.5 \\ \text{" 有} & B = 0.25 \end{aligned} \right\} \quad (B-2)$$

を与えている。この  $B$  の値を式 18 に代入して  $\Delta \eta_T$  が計算できる。しかし、Ainley<sup>9)</sup> は、シュラウド無しに対して、

$$\Delta \eta_T = -B \frac{\eta_T [C_L / (s/c)]_R^2 \sec^3 \beta_{m,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_{a3}} \right)^2} \quad (24)$$

を与えている。これは式 23 と  $B=0.5$  とから得られるものに対して、右辺が  $\eta_T$  倍となっている。これは、 $\Delta H_0 = \Delta H (\eta_{T0} \approx \eta_T)$ ,  $V_{a3} = V_0$  と仮定して得られる。<sup>13)</sup>

(III) Meldahl<sup>10)</sup> は

$$C_{Dk} = \frac{1}{4 \cos \beta_3} C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c) \quad (25)$$

これは、 $B = 1 / (4 \cos \beta_3)$  (B3) に相当する。

Meldahl

(IV) Vavra<sup>11)</sup> は翼端すきま運動エネルギーとから理論的に

$$C_{Dk} = f \left( \frac{t}{c}, \frac{k}{h} \right) C_L^2 \sqrt{2} \left( \frac{k}{h} \right)$$

を導いている。ここで、 $f$  は  $t/c$  などの関数で理論的に  $f(t/c, k/h)$  を導くための流れの流量係数、を考慮に入れた因子) を導く。

$$B = \frac{4\sqrt{2}}{5} K \cdot R^2 (s/c) /$$

に相当する。Vavra<sup>11)</sup> は例、 $R=0.8$  を与えている。

(V) 一方、Lakshminara いている。

$$C_{Dk} = C_L^2 (1-K) f \left( \frac{s}{c}, \frac{k}{h} \right)$$

$$\text{ここで, } f = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{(e^{\frac{2\pi k}{s}} - 1)(2)}{0.03(1 - \coth)}$$

そして、理論的に  $f(k/h)$  を与え<sup>14)</sup>、結局

$$C_{Dk} = 0.7 C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c)$$

註 4) Lakshminarayana を用いて  $\Delta \eta = (\Delta P)_L$ 。これは本報の  $\Delta \eta_T$  と全く文献 9) の式 9 は本報の式 18 文献 9) の式 9 は

$$\Delta \eta_T = -(0.7 + B'_m) \left[ \frac{1}{2} \left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 \right]$$

と変形できる。ここで、

$$C_{L,ad} = \left[ \left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 \right]$$

を代入したものである。

$$B'_m = \frac{\delta_1^2 + \delta_2^2}{s} \sqrt{\left( \frac{k}{h} \right)}$$

式 (22) と比較するために、

$$\Delta \eta_T = -(0.7 + \frac{B_m}{\sqrt{\eta_T}})$$

数 $i$ )の場合は式(20).

$$\left\{ \frac{(s/c)^2 \sec^2 \alpha_{n,R}}{(U_m)^2} \left( \frac{k}{h} \right)_R \right\}_i$$

(21)

る $B$ の値を示す。 $B$ について動翼および静翼の $\Delta \eta_T$ が計算できる。がある場合、式(2)から

$$\frac{\sec^2 \beta_{n,R}}{(h/c)} \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (22)$$

示す。  
て。

(23)

(B-1)  
Carter

において

(B-2)  
Ainley

入して $\Delta \eta_T$ が計算される。クラウド無しに対

$$\frac{R}{h} \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (24)$$

から得られるもの  
これは、 $\Delta H_0 =$   
得られる。<sup>註3)</sup>

(25)

(B3)

Meldahl

(IV) Vavra<sup>11)</sup>は翼端すきまを通過する流量とそのもつ運動エネルギーとから理論的に、

$$C_{Dk} = f \left( \frac{t}{c}, \frac{k}{c} \right) C_L^{3/2} \left( \frac{k}{h} \right) \quad (26)$$

を導いている。ここで、 $f \left( \frac{t}{c}, \frac{k}{c} \right)$ は翼厚みと翼端すきまとの関数で理論的に $f \left( \frac{t}{c}, \frac{k}{c} \right) = \frac{4\sqrt{2}}{5} K \cdot R^3$  ( $K$ はすきま内を通る流れの流量係数、 $R$ はすきま内の流れの抵抗を考慮に入れた因子)を導いている。この場合、

$$B = \frac{4\sqrt{2}}{5} K \cdot R^3 (s/c) / \sqrt{C_L} \quad (B-4)$$

Vavra

に相当する。Vavra<sup>11)</sup>は例として $f = 0.29$  ( $K = 0.5$ ,  $R = 0.8$ )を与えている。

(V) 一方、Lakshminarayana<sup>10)</sup>は理論的に次式を導いている。

$$C_{Dk} = C_L^2 (1-K) f \left( \frac{s}{c}, \frac{k}{s}, 1-K \right) / (h/c) \quad (27)$$

$$f = \frac{1}{4\pi} \ln \frac{(e^{\frac{2\pi h}{s}} - 1)(2.03 + 0.03 \coth \frac{2\pi k}{s})}{0.03[(1 - \coth \frac{2\pi k}{s}) + (1 + \coth \frac{2\pi k}{s})e^{\frac{2\pi h}{s}}]}$$

そして、理論的に $f/(k/s) \approx 1.4$ 、実験的に $K = 0.5$ を与え<sup>14)</sup>、結局

$$C_{Dk} = 0.7 C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c) \quad (28)$$

註4) Lakshminarayana<sup>15)</sup>は効率低下を圧力損失 $(\Delta P)_L$ を用いて $\Delta \eta = (\Delta P)_L / (\Delta P)_a$ と定義しているが、これは本報の $\Delta \eta_T$ と全く同じものである。したがって、文献15)の式15は本報の方法でも導くことができる。

文献15)の式15は

$$\Delta \eta_T = -(0.7 + B'_w) \frac{[C_{L,a} / (s/c)]^2 \sec^2 \beta_{n,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_a} \right)^2} \quad (32a)$$

と変形できる。ここで、 $B'_w$ は式(28)の $B_w$ 内の $C_L$ に

$$C_{L,a} = \left\{ \left[ \left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 / \left( \frac{V_a}{U_m} \right) \right] \right\} \frac{s}{c} \cos \beta_{n,R} = \eta_T C_L$$

を代入したものである。

$$B'_w = \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \sqrt{\left( \frac{h}{c} \right) \left( \frac{k}{h} \right) / [C_{L,a} / (s/c)]} \quad (30a)$$

式(28)と比較するために、式(32a)は $C_L = \eta_T C_{L,a}$ より

$$\Delta \eta_T = -(0.7 + \frac{B_w}{\sqrt{\eta_T}}) \frac{\eta_T^2 [C_L / (s/c)]^2 \sec^2 \beta_{n,R} \left( \frac{k}{h} \right)_R}{\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 \left( \frac{U_m}{V_a} \right)^2} \quad (32b)$$

を導いている。

この場合明らかに、

$$B = 0.7$$

(B-5)

Lakshminarayana

に相当する。

Lakshminarayana<sup>15)</sup>はさらに式15で示される翼先端すきまによりひきおこされる誘引抗力(induced drag)に加えて、翼先端すきまにより生ずる翼高さ方向の流れのもつ運動エネルギーを圧力損失の形で追加した考え方により、動翼先端すきまによるターボ機械の効率低下の式を与えている。ここでは文献15)とは別の手順で文献15)と同じ式を導く。翼高さ方向の流れによる全圧損失係数 $Y_{L,w}$ をLakshminarayanaは次の式で与えている<sup>15)</sup>。

$$Y_{L,w} \approx \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \frac{h}{c} \frac{C_L^{3/2} \left( \frac{k}{h} \right)^{3/2} V_m^2}{W_a W_1} \quad (29)$$

これは式15を用いて $C_D$ で表わすと、

$$C_{Dw} \approx B_w C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c)$$

ここで、

$$B_w = \frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} \sqrt{\left( \frac{h}{c} \right) \left( \frac{k}{h} \right) / [C_L / (s/c)]}$$

ゆえに、

$$C_{Dk} = \text{式(28)の} C_{Dk} + \text{式(30)の} C_{Dw} = (B + B_w) C_L^2 \left( \frac{k}{h} \right) / (s/c) \quad (31)$$

と書ける。式(32)と式(32b)は $B_w / \sqrt{\eta_T}$ ,  $\eta_T^2$ ,  $V_a (=V_{a2})$ と仮定)の点が異なる。

式(32b)の $(0.7 + \frac{B_w}{\sqrt{\eta_T}}) \eta_T^2$ は $B_w = 0$ のとき、 $0.7 \eta_T^2$ となり、式15で $B$ に相当するものは

$$B = 0.7 \eta_T^2 \quad (B-7)$$

となっている。

一般に、 $\eta_T = 0.95 \sim 0.8$ であるから

$$B = 0.63 \sim 0.45$$

となる。 $\eta_T = 0.85$ の場合、 $B = 0.7 \eta_T^2 \approx 0.5$ となり、これはAinleyの係数0.5と一致する。すなわち、式(2)と式(B-2)の $B = 0.5$ から計算した値と式(32a)で $B'_w = 0$ とした計算値とは同じになる。

なお、式(32a)は一段あたりの動翼の先端すきまに対する式である。(文献15)では二段タービンの両段動翼に先端すきまがある実験との比較において、式(32a)をそのまま用いているのは誤りであろう(註5参照。)

ここで、

$$B = 0.7 \quad (B \cdot 5)$$

したがって、前述と同様に式(24)のBのかわりに、

$$B = (0.7 + B_w) \quad (B \cdot 6)$$

を代入すればよい。すなわち

動翼のみの翼先端すきまによる効率低下式は、

$$\Delta \eta_T = -(B + B_w) \frac{[C_L / (s/c)]_R^2 \sec^2 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \quad (32)$$

となる。<sup>註4)</sup>

さて、式(32)において Lakshminarayana は<sup>15)</sup>  $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$  (const.) においており、したがって式(32)は

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{\left\{ 0.7 + 7 \sqrt{\left(\frac{h}{c}\right) \left(\frac{k}{h}\right) [C_L / (s/c)]} \right\}}_{B_w} \frac{[C_L / (s/c)]_R^2 \sec^2 \beta_{m,R} \left(\frac{k}{h}\right)_R}{\left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 \left(\frac{U_m}{V_{a3}}\right)^2} \quad (33)$$

$\lambda_R$

註5) Kofskey の二段タービン実験と  $B_w$  の検討

Kofskey の二段タービンの両段動翼の Tip の速度三角形より

$$\begin{aligned} \left(\frac{V_{ad}}{U_m}\right)^2 &= \frac{gJ\Delta H_{ad}}{(\pi D_m N)^2} \\ &= \frac{2 \times 9.8 \times 426.9 \times 0.24 \times 288.2 \times \left\{ 1 - \left(\frac{1}{1.225}\right)^{0.286} \right\}}{(3.14 \times 0.232 \times 12000 / 60)^2} \\ &= 1.54 \end{aligned}$$

$$\left(\frac{V_{a3}}{U_m}\right)_{1段} = \left(\frac{V_{a3}}{U_m}\right)_{2段} = 0.291$$

$$\beta_{m,R}(1段) = \beta_{m,R}(2段) \approx 64.9^\circ$$

$$[C_L / (s/c)]_{1段} = [C_L / (s/c)]_{2段} = 2.07 \quad (s/c = 1.16)$$

ゆえに式(32)は ( $i=2, B_N=0$ )

$$\begin{aligned} \Delta \eta_T &= -2B \times \frac{(2.07)^2 \sec^2 64.9^\circ}{1.54 / (0.291)^2} \left(\frac{k}{h}\right)_R \\ &= -6.18B \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (21)' \end{aligned}$$

いま、上式において式(B・6)で示されるB、すなわち

$$\begin{aligned} B &\approx 0.7 + B_w = 0.7 + 7 \sqrt{1.2 \left(\frac{k}{h}\right)_R / 2.07} \\ &= 0.7 + 5.33 \sqrt{\left(\frac{k}{h}\right)_R} \end{aligned}$$

に用いれば、次式を得る。

と書ける。

式(33)において、右辺  $\left\{ \right\}$  内の第2項は1に比べて無視できない大きさである<sup>15)</sup>。しかし、タービンの場合は  $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s}$  は数%の大きさであるから<sup>25)~28)</sup>、

$\left\{ \right\}$  内第2項は無視した方がよいと思われる<sup>註5)</sup>。この場合、式(33) + 式(B・5)の計算の場合と同値である。

### (C) 理論式 II

Soderberg<sup>16)</sup>, Amann ら<sup>17)</sup>, Rogo<sup>18)</sup>等はいくつかの簡単な仮定にもとづき、動翼先端すきまの効率への影響を次の式で表わしている。

$$\eta_T = \eta_{T0} \frac{A_{ibr}}{A_{ibr} + A_k}$$

ここで、 $A_k$  は翼先端すきま (動翼先端直径) で、 $A_{ibr}$  は一ト面積。ゆえに、

$$\Delta \eta_T = - \frac{\pi D_{Tip} h}{A_{ibr}} \eta_T \lambda_R$$

一方、Craig ら<sup>20)</sup>は前式を導入した次式を提案し、

$$\Delta \eta_T = -F_k \frac{A_k}{A_{ibr} + A_k}$$

$$\Delta \eta_T = -1.5 F_k \frac{A_k}{A_{ibr}}$$

ここで  $F_k$  は付図2で示す動翼速度係数  $\psi$  および反シールド無しの場合、

$$\Delta \eta \approx -1.5 F_k \frac{\pi D_T}{A_k}$$

この式は重なり比を考慮

$$\Delta \eta_T = - \left\{ 4.32 + 32.9 \sqrt{\left(\frac{k}{h}\right)_R} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (32)'$$

ここで  $B_w = 0$  とすれば

$$\Delta \eta_T = -4.32 \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (32)''$$

式(32b)を用いれば、 $B_w = 0$  とした ( $\eta_T = 0.845$ )

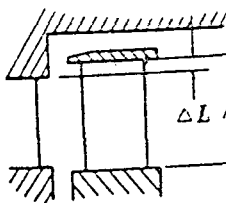
$$\Delta \eta_T = -4.32 \eta_T^2 \left(\frac{k}{h}\right)_R = -3.08 \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (32b)'$$

また、式(21a)を用いれば

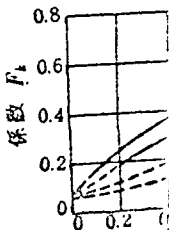
$$\Delta \eta_T = -4.32 \eta_T \left(\frac{k}{h}\right)_R = -3.65 \left(\frac{k}{h}\right)_R \quad (21a)'$$

となる。

付図3に式(32)'の計算結果と  $B_w = 0$  とした式(32)'' (32b)'および(21a)'の計算結果を示す。 $B_w = 0$  とした計算結果はいずれもよく合っている。中でも式(32b)'がすぐれている。これは  $0.7 \eta_T^2 = 0.7 \times (0.845)^2 = 0.50$  ゆえ、式(21)に Carter または Ainley の  $B = 0.5$  を用いた結果と同じである。 $B_w$  として  $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$  と仮定した文献<sup>18)</sup>の方法はタービンにおいては極端に大きな  $\Delta \eta_T$  を示す。タービンにおいては  $B_w = 0$  とした方がよいと考えられる。



シールド有



$$\eta_T = \eta_{T0} \frac{A_{thr}}{A_{thr} + A_k} \quad (34)$$

ここで、 $A_k$  は翼先端すきまの面積 ( $A_k = \pi D_{Tip} k \cdot D_{Tip}$  は動翼先端直径) で、 $A_{thr}$  は ( $A_k$  を含まない) 翼スロート面積。ゆえに、

$$\Delta \eta_T = - \underbrace{\frac{\pi D_{Tip} h}{A_{thr}} \eta_{T0} \left( \frac{k}{h} \right)_R}_{\lambda_R} \quad (C \cdot 1)$$

一方、Craig<sup>20)</sup> は前述の式 (C・1) に修正係数  $F_k$  を導入した次式を提案した。

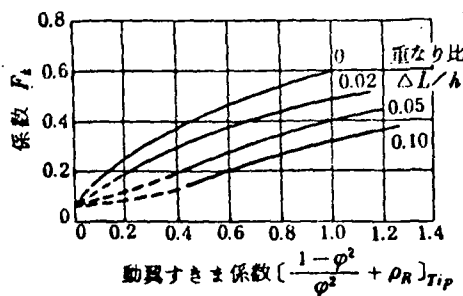
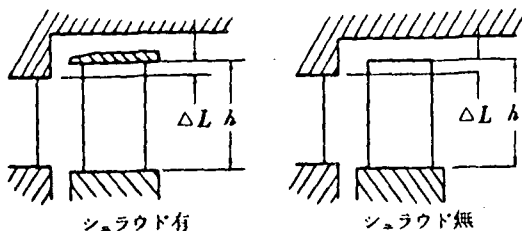
$$\Delta \eta_T = - F_k \frac{A'_k}{A_{thr} + A'_k} \eta_{T0} \quad [\text{シュラウド有}] \quad (35)$$

$$\Delta \eta_T = - 1.5 F_k \frac{A'_k}{A_{thr} + A'_k} \eta_{T0} \quad [\text{シュラウド無}] \quad (36)$$

ここで  $F_k$  は付図 2 で示されるように重なり比  $\Delta L/h$ 、動翼速度係数  $\psi$  および反動度  $\rho_R (\equiv 1 - \frac{W_2^2}{W_1^2})$  の関数である。 $A'_k$  は動翼先端すきまの有効面積である。とくに、シュラウド無しの場合、(36) 式より近似的に次式になる。

$$\Delta \eta_T \approx - 1.5 F_k \underbrace{\frac{\pi D_{Tip} h}{A_{thr}} \eta_{T0} \left( \frac{k}{h} \right)_R}_{\lambda_R} \quad (C \cdot 2)$$

この式は重なり比を考慮できる点に特長がある。



付図 2<sup>20)</sup>

### 付録 B 本報タービンの場合の $\Delta \eta_T \sim (k/h)_R$ の計算

(付録 A の B 項の計算のための条件)

本報では MEAN 値の値を用いることとする。

$$\beta_1 = 43.6^\circ, \beta_3 = 63.5^\circ, s/c = 1/1.48 = 0.676$$

$$\frac{h}{c} = 1.86$$

$$\text{式(7)より } \beta_{m,R} = \tan^{-1} \left( \frac{\tan 63.5^\circ - \tan 43.6^\circ}{2} \right) = 27.8^\circ$$

$$\text{式(17)より } C_{L,R} = 2 \times 0.676 \times (\tan 43.6^\circ + \tan 63.5^\circ) = 3.54$$

$$\eta_T = 0.85 \quad (\text{設計値})$$

設計の理論速度比  $U_m/V_{ad} = U_M/V_{ad} = 0.504$  より

$$\left( \frac{V_{ad}}{U_m} \right)^2 = 3.94$$

$$(\text{翼負荷係数 } \psi = \frac{1}{2} \left( \frac{V_0}{U_m} \right)^2 = \frac{1}{2} \times 0.85 \times 3.94 = 1.67)$$

$$\text{軸流速度比 } \phi = (V_{a3}/U_m) = (232.44/366.72) = 0.634$$

(付録 A の C 項の計算のための条件)

$$\text{TIP 径 } D_{Tip} = 0.556 \text{ m (実測値)}, h = 0.0334 \text{ m},$$

$$A_{thr} = O \times h \times n = 0.00515 \times 0.0334 \times 136 = 0.0234 \text{ m}^2$$

$$\Delta L/h = 0.0007/0.0334 = 0.021$$

$$\varphi_{Tip}^2 = 1 - \left( \frac{Y_{IR}}{1 + \frac{KM}{2} \tau_p} \right) = 1 - 0.23 / \left( 1 + \frac{1.31 \times 0.7916^2}{2} \right) = 0.84$$

$$\rho_{R,Tip} = 1 - \left( \frac{W_2}{W_1} \right)_{Tip}^2 = 1 - \left( \frac{199.87}{533.76} \right)^2 = 0.86$$

(計算結果)

式(2)の  $\lambda_R$  は

$$\begin{aligned} \Delta \eta_T &= \frac{-B}{3.94} \frac{(3.54/0.676)^2 \sec^2 27.8^\circ}{(0.634)^2} \left( \frac{k}{h} \right)_R \\ &= -4.04 B \left( \frac{k}{h} \right)_R \end{aligned} \quad (22')$$

式(24)より反動度 50% のものに対して、

$$\Delta \eta_T \approx -0.85^2 B [3.54/0.676] \operatorname{cosec}(2 \times 27.8^\circ) \left( \frac{k}{h} \right)_R$$

$$= -4.59 B \left( \frac{k}{h} \right)_R \quad (\text{但し, } \rho_R = 0.5) \quad (20')$$

(B・1) Carter:  $B = 0.5$

$$\text{式(24)より } \Delta \eta_T = -2.29 \left( \frac{k}{h} \right)_R \dots\dots\dots \text{Carter I}$$

$$\text{式(24)より } \Delta \eta_T = -2.02 \left( \frac{k}{h} \right)_R \dots\dots\dots \text{B}$$

(B・2) Ainley :  $B=0.5$ 

式(28)より  $\Delta\eta_T = -2.02 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Ainley I}$

式(29)より  $\Delta\eta_T = -1.72 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{II}$

(B・3) Meldahl :  $B=1/(4 \cos 63.5^\circ) = 0.56$ 

式(28)より  $\Delta\eta_T = -2.26 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Meldahl}$

(B・4) Vavra :

 $K=0.5, R=0.8$  ( $f=0.29$ ) のとき  $B=0.10$ ,

ゆえに, 式(28)より  $\Delta\eta_T = -0.42 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Vavra I}$

また, 式(29)を用いるならば

$$\Delta\eta_T = -0.42\eta_T \left(\frac{k}{h}\right)_R = -0.35 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Vavra II}$$

(B・5) Lakshminarayana : ( $B=0.7$ )式(B・5) :  $B=0.7$  のとき式(28)より

$$\Delta\eta_T = -2.83 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana I}$$

(B・6) Lakshminarayana : ( $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$ )

$$\text{式(30)} B_w = 7 \times \left\{ 1.86 \times \left(\frac{k}{h}\right)_R / (3.54 / 0.676) \right\}^{1/2} \\ = 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R$$

ゆえに, 式(32)より

$$\Delta\eta_T = - \left\{ 0.7 + 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R$$

$$= -2.83 \left\{ 1 + 5.95 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana II}$$

(B・7) Lakshminarayana : ( $B=0.7\eta_T^2, B_w=0$ )

式(28)より

$$\Delta\eta_T = -2.04 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana III}$$

(C・1) Soderberg, Amann, Rogo :

式(C・1)より,  $\Delta\eta_T = -2.12 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Soderberg, Amann, Rogo}$

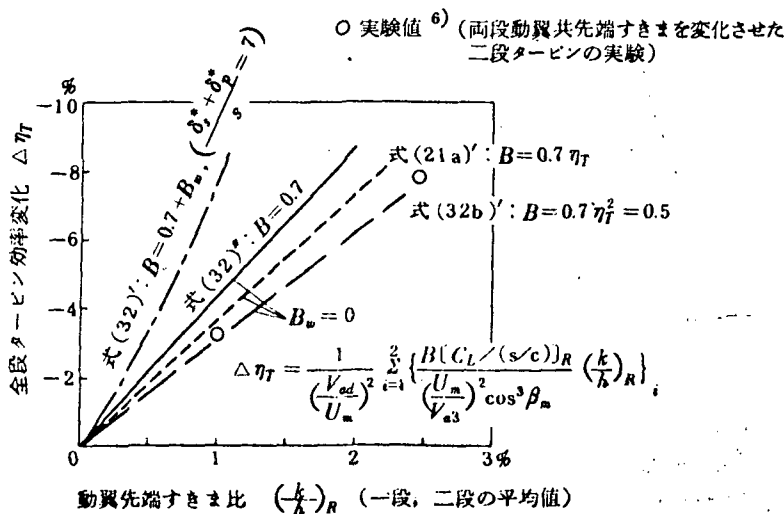
(C・2) Craig :

$$\left( \frac{1-\phi^2}{\phi^2} + \rho_R \right)_{T,p} = 1.05, \Delta L/h = 0.021$$

ゆえに付図2より  $F_k = 0.5$  よって, 式(36)より

$$\Delta\eta_T = -1.59 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Craig}$$

以上の計算結果は本文表3および図19に示した。

付図3 二段タービンの実験および $B_w$ の検討



(B・2) Ainley:  $B=0.5$ 

式(24)より  $\Delta\eta_T = -2.02 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Ainley I}$

式(24)より  $\Delta\eta_T = -1.72 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{II}$

(B・3) Meldahl:  $B=1/(4 \cos 63.5^\circ)=0.56$ 

式(24)より  $\Delta\eta_T = -2.26 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Meldahl}$

(B・4) Vavra:

 $K=0.5, R=0.8$  ( $f=0.29$ ) のとき  $B=0.10$ ,

ゆえに, 式(24)より  $\Delta\eta_T = -0.42 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Vavra I}$

また, 式(24)を用いるならば

$$\Delta\eta_T = -0.42 \eta_T \left(\frac{k}{h}\right)_R = -0.35 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Vavra II}$$

(B・5) Lakshminarayana: ( $B=0.7$ )式(B・5):  $B=0.7$  のとき式(24)より

$$\Delta\eta_T = -2.83 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana I}$$

(B・6) Lakshminarayana: ( $\frac{\delta_s^* + \delta_p^*}{s} = 7$ )

$$\text{式(30)} B_w = 7 \times \left\{ 1.86 \times \left(\frac{k}{h}\right)_R / (3.54 / 0.676) \right\}^{1/2} \\ = 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R$$

ゆえに, 式(32)より

$$\Delta\eta_T = - \left\{ 0.7 + 4.17 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \\ = -2.83 \left\{ 1 + 5.95 \left(\frac{k}{h}\right)_R^{1/2} \right\} \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana II}$$

(B・7) Lakshminarayana: ( $B=0.7 \eta_T^2, B_w=0$ )

式(24)より

$$\Delta\eta_T = -2.04 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Lakshminarayana III}$$

(C・1) Soderberg, Amann, Rogo:

式(C・1)より,  $\Delta\eta_T = -2.12 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Soderberg, Amann, Rogo}$

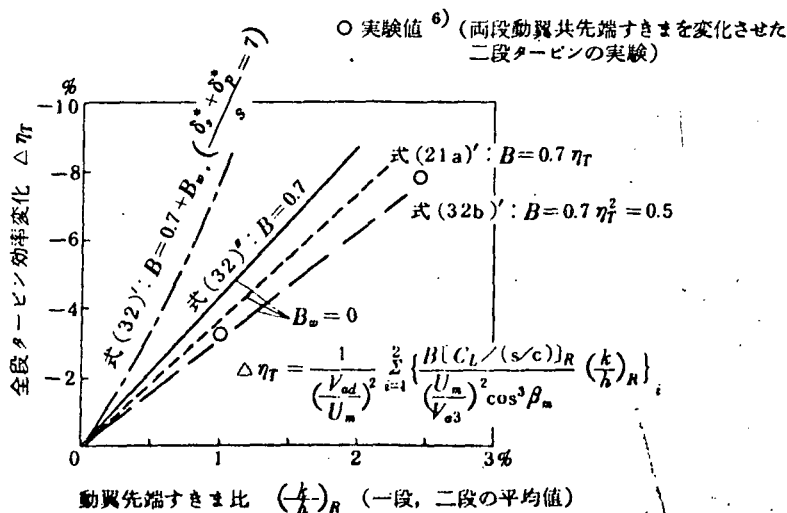
(C・2) Craig:

$$\left( \frac{1-\phi^2}{\phi^2} + \rho_R \right)_{T,p} = 1.05, \Delta L/h = 0.021$$

ゆえに付図2より  $F_k=0.5$  よって, 式(36)より

$$\Delta\eta_T = -1.59 \left(\frac{k}{h}\right)_R \dots\dots\dots \text{Craig}$$

以上の計算結果は本文表3および図19に示した。

付図3 二段タービンの実験および  $B_w$  の検討